

ANNALEN DER PHYSIK

5. FOLGE • BAND 26 • HEFT 7 • AUGUST 1936

Methode zur Messung von Schwellendrucken und Trommelfellimpedanzen in fortschreitenden Wellen¹⁾

Von L. Keibs

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Breslau)

(Mit 8 Figuren)

Inhalt: § 1. Einleitung. — § 2. Fragestellung. — § 3. Die Methode zur Bestimmung der an der Hörgrenze dem Trommelfell dargebotenen Energie. — § 4. Zur Frage der Widerstandsmessung am Ohr. — § 5. Eine neue Methode zur Bestimmung des Trommelfellwiderstandes. — § 6. Zusammenfassung.

§ 1. Einleitung

Untersuchungen zur Bestimmung der Ohrempfindlichkeit können in verschiedener räumlicher Anordnung von Schallgeber zu Versuchsohr durchgeführt werden. Hierbei muß man grundsätzlich unterscheiden zwischen Messungen nach dem Kammerverfahren und Messungen im Schallfeld. Bei Messungen nach dem Kammerverfahren liegt der Schallgeber direkt am Ohr der Versuchsperson. In der zwischen dem Schallgeber und dem Ohr entstehenden Kammer bildet sich ein räumlich stationärer Druck aus, solange die Dimensionen der Kammer klein zur Wellenlänge sind. Im Gegensatz hierzu sind bei Untersuchungen im Schallfeld Schallgeber und Ohr räumlich voneinander getrennt, derart, daß zwischen ihnen eine wellenmäßige Schallausbreitung stattfinden kann. Die bisher in der Literatur bekannten Schallfeldmessungen werden in

1) Teil VI der Folge: „Untersuchungen über akustische Schwellenwerte“. Aus dieser Untersuchungsreihe liegen folgende Arbeiten vor: I. E. Waetzmann und H. Heisig, Über die Messung der Reizschwelle der Hörempfindung mit Resonanztelefonen, Ann. d. Phys. [5] 9. S. 921. 1931. II. W. Geffcken und L. Keibs, Das Thermophon und seine Verwendung als akustisches Meßinstrument, Ann. d. Phys. [5] 16. S. 404. 1933. — III. W. Geffcken, Über die Bestimmung der Reizschwelle der Hörempfindung aus Schwellendruck und Trommelfellimpedanz, Ann. d. Phys. [5] 19. S. 829. 1934. IV. E. Waetzmann und L. Keibs, Zur Schalldämpfung in Rohren, Ann. d. Phys. [5] 22. S. 247. 1935. V. E. Waetzmann und L. Keibs, Hörschwellenbestimmungen mit dem Thermophon und Messungen am Trommelfell, Ann. d. Phys. [5] 26. S. 141. 1936.

der Weise durchgeführt, daß man in das Feld eines in den Raum frei strahlenden Schallgebers das Ohr bringt und aus den Betriebsdaten des Schallgebers an der Schwelle etwas über die Empfindlichkeit des Ohres aussagt. Dieses Verfahren bietet im einzelnen recht erhebliche Schwierigkeiten¹⁾. In der vorliegenden Arbeit soll eine Schallfeldanordnung angegeben werden, nach der sich das akustische Verhalten des Trommelfells in besonders einfacher und übersichtlicher Weise bestimmen läßt.

§ 2. Fragestellung

Fällt eine ebene Schallwelle senkrecht auf einen akustischen Verbraucher von der Fläche F und vom Absorptionskoeffizienten a , so beträgt die vom Verbraucher sekundlich aufgenommene Energie gemäß der Definition des Absorptionskoeffizienten:

$$(1) \quad L = F \cdot a \cdot L_f.$$

L_f ist der Energiestrom pro Quadratcentimeter der einfallenden Welle oder besser gesagt die der Flächeneinheit dargebotene Energie. Sie hängt mit dem Effektivwert des Druckes der einfallenden Welle durch die Beziehung zusammen: $L_f = \frac{p_{\text{eff}}^2}{\rho c}$, wo ρ die Luftdichte und c die Schallgeschwindigkeit ist.

In unserem Falle stellt den akustischen Verbraucher das Trommelfell dar. Will man nach der angegebenen Formel die Empfindlichkeit des Trommelfells bestimmen, so muß man 1. die dem Trommelfell an der Grenze der Hörempfindung dargebotene Energie und 2. den Absorptionskoeffizienten des Trommelfells kennen. Aus dieser Notwendigkeit heraus ergibt sich zwangsläufig die Aufgabenstellung für die vorliegende Arbeit. Es soll eine Methode zur Bestimmung der dargebotenen Energie und eine Methode zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten angegeben werden.

§ 3. Die Methode zur Bestimmung der dargebotenen Energie

a) Das Schallfeld im Rohr

Bei der Wahl einer geeigneten Methode zur Bestimmung der dargebotenen Energie wird es darauf ankommen, eine Anordnung zwischen Schallgeber und Trommelfell zu treffen, bei der im stationären Zustand vom Schallgeber zum Trommelfell eine fortschreitende Welle läuft, deren Energiestrom sich aus den Betriebsdaten exakt berechnen läßt. Die Voraussetzung für das Zustandekommen einer solchen Welle wird dann gegeben sein, wenn der am Trommel-

1) G. v. Békésy, Ann. d. Phys. [5] 13. S. 111. 1932. — E. Waetzmann, Über die Empfindlichkeit des menschlichen Ohres, erschienen in der Jubiläumsfestschrift der Technischen Hochschule Breslau, 1935.

fell reflektierte, zum Schallgeber zurücklaufende Teil der Energie am Schallgeber so geschwächt ist, daß er durch erneute Reflexion an ihm den primären Energiestrom in Richtung des Trommelfells praktisch nicht mehr beeinflusst. Es wird folgende Anordnung nahe gelegt:

An dem einen Ende eines homogenen Rohres vom lichten Durchmesser 6 mm — der Durchmesser ist so gewählt, daß der Querschnitt des Rohres etwa der Fläche des Trommelfells entspricht — befindet sich ein Schallgeber; das andere Ende des Rohres, das mit einer Olive versehen ist, wird dicht schließend in den Gehörgang der Versuchsperson eingeführt. Erregt man den Schallgeber, so läuft eine Schallwelle durch das Rohr zum Trommelfell. Auf dem Wege durch das Rohr wird die Welle gedämpft, und zwar nimmt die Energie der Welle nach dem Gesetz $A_x = A_0 \cdot e^{-2\beta x}$ ab, wo A_x die Energie der Welle an beliebiger Stelle im Rohr, A_0 die vom Schallgeber her in das Rohr eintretende Energie und β die Rohrdämpfung ist. Wählt man das Rohr genügend lang, so kann man erreichen, daß die auf das Trommelfell fallende Energie im Vergleich zur Energie am Anfang des Rohres stark geschwächt ist, z. B. $\frac{1}{10} A_0$ beträgt. Je nach dem Absorptionsvermögen des Trommelfells wird ein Teil von dieser einfallenden Energie reflektiert, der zum Schallgeber zurückläuft, bei vollkommener Reflexion also in unserem Beispiel $\frac{1}{10} A_0$. Da die rücklaufende Welle in gleicher Weise wie die hinlaufende gedämpft wird, fällt auf den Schallgeber eine Energie vom Betrage $\frac{1}{100} A_0$ und überlagert sich durch entsprechende Reflexion am Schallgeber dem primären Energiestrom, der ja dauernd nachgeliefert wird. Wie aus dem Beispiel hervorgeht, kann man bei entsprechender Wahl der Rohrlänge erreichen, daß alle am Trommelfell reflektierten Wellen unabhängig vom Grad der Absorption des Trommelfells auf den Zustand am Schallgeber praktisch keinen Einfluß mehr haben, so daß im stationären Zustand sekundlich dem Trommelfell eine Energie

vom Betrage: $L_f = F \cdot \frac{p_a^2}{\rho c} \cdot e^{-2\beta l}$ dargeboten wird, wo p_a der am Schallgeber herrschende Druck und l die Rohrlänge ist. Dieses Resultat, das aus einfachen Betrachtungen über den Einschwingvorgang plausibel gemacht wurde, soll aus den für den stationären Zustand geltenden Gesetzmäßigkeiten genauer abgeleitet werden.

Die Universalformeln für die stationäre Druck- und Geschwindigkeitsverteilung in einem homogenen Rohr, wie sie von Waetzmann und Keibs¹⁾ angegeben wurden, lauten:

1) E. Waetzmann u. L. Keibs, Ann. d. Phys. [5] 22. S. 247. 1935.

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } p_x = u_a \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{\operatorname{Coj} \gamma (l-x) + \frac{1}{\bar{\delta}_e} \operatorname{Sin} \gamma (l-x)}{\operatorname{Sin} \gamma l + \frac{1}{\bar{\delta}_e} \operatorname{Coj} \gamma l}, \\ \text{b) } u_x = u_a \cdot \frac{\operatorname{Sin} \gamma (l-x) + \frac{1}{\bar{\delta}_e} \operatorname{Coj} \gamma (l-x)}{\operatorname{Sin} \gamma l + \frac{1}{\bar{\delta}_e} \operatorname{Coj} \gamma l}. \end{array} \right.$$

Das Koordinatensystem liegt am Schallgeber; u_a ist die Erregeschwindigkeit des Schallgebers, l die Rohrlänge, $\bar{\delta}_e$ der spezifische (auf Luft bezogene) Widerstand des Abschlusses und γ die sogenannte Fortpflanzungskonstante, $\gamma = \beta + i\alpha$, wo α das Winkelmaß ist.

Die Frage lautet: In welcher Weise hängt bei beliebiger Rohrlänge die vom Trommelfell aufgenommene Energie mit dem Druck p_a am Anfang des Rohres zusammen? Welche Bedingung ist an die Rohrlänge zu stellen, damit sich der Energieausdruck in

die dargebotene Energie $L_r = \frac{p_a^2}{\rho c} \cdot e^{-2\beta l}$ und in den Absorptionskoeffizienten a aufspalten läßt?

Die von einem mechanischen Widerstand sekundlich aufgenommene Energie ist ganz allgemein

$$(3) \quad L = \frac{1}{2} \bar{w} \cdot \rho c \cdot U^2 \cdot F,$$

wo \bar{w} die Wirkkomponente des spezifischen Widerstandes und U der Absolutbetrag der Geschwindigkeit am Widerstand ist. Wendet man diese Formel auf das am Ende des Rohres befindliche Trommelfell ($\bar{\delta}_{Tr} = \bar{w}_{Tr} + i \cdot \bar{q}_{Tr}$) an, wobei man die Geschwindigkeit am Trommelfell U_{Tr} nach den Gl. (2) durch den Druck am Anfang des Rohres p_a ausdrückt, so folgt für die vom Trommelfell aufgenommene Leistung:

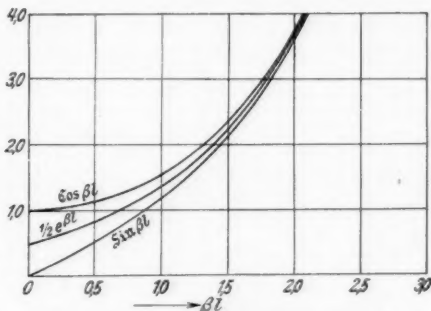
$$(4) \quad L = \frac{1}{2} \bar{w}_{Tr} \cdot \rho c \cdot F \cdot \frac{|p_a|^2}{(\rho c)^2} \cdot \left| \frac{1}{\bar{\delta}_{Tr}} \cdot \frac{1}{\operatorname{Coj} \gamma l + \frac{1}{\bar{\delta}_{Tr}} \operatorname{Sin} \gamma l} \right|^2.$$

Nach dem Additionstheorem für die hyperbolischen Funktionen gilt:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{Coj} \gamma l = \operatorname{Coj} \beta l \cdot \cos \alpha l + i \operatorname{Sin} \beta l \cdot \sin \alpha l \\ \text{und} \\ \operatorname{Sin} \gamma l = \operatorname{Sin} \beta l \cdot \cos \alpha l + i \operatorname{Coj} \beta l \cdot \sin \alpha l. \end{array} \right.$$

Aus dem Verlauf der Funktionen $\text{Sin } \beta l$ und $\text{Cos } \beta l$, wie er in Fig. 1¹⁾ wiedergegeben ist, erkennt man, daß mit wachsendem βl sich $\text{Sin } \beta l$ asymptotisch $\text{Cos } \beta l$ bzw. $\frac{1}{2} e^{\beta l}$ nähert. Für das Argument 3 kann man bereits $\text{Sin } \beta l$ praktisch gleich $\text{Cos } \beta l$ setzen; die Abweichung beträgt nur noch $\frac{1}{3} \%$; für diesen Fall wird nach (5) auch $\text{Sin } \gamma l$ praktisch gleich $\text{Cos } \gamma l$, so daß sich schließlich ergibt:

$$L = F \cdot \frac{(p_{\text{aeff.}})^2}{q c} \cdot e^{-2\beta l} \cdot \frac{4 \cdot \bar{w}_{Tr}}{(\bar{w}_{Tr} + 1)^2 + \bar{q}_{Tr}^2}$$

Fig. 1. Verlauf von $\text{Sin } \beta l$ und $\text{Cos } \beta l$

und damit²⁾ die gewünschte Darstellung:

$$(6) \quad L = F \cdot \frac{p_{\text{aeff.}}^2}{q c} \cdot e^{-2\beta l} \cdot a_{Tr}.$$

Dieses Resultat sagt aus: Wenn man die Rohrlänge so wählt, daß $\beta l \geq 3$ ist, dann bestimmt sich die dargebotene Energie zu $F \cdot \frac{(p_{\text{aeff.}})^2}{q c} \cdot e^{-2\beta l}$. Will man sie berechnen, so muß man wissen, wie groß $p_{\text{aeff.}}$ ist. Es ergibt sich die Frage: Welche akustische Größe kennt man primär aus den Betriebsdaten des Schallgebers, welcher Zusammenhang läßt sich zwischen dem Druck am Rohranfang und dieser Größe finden? Die Berechnungen sind für das Thermophon und das dynamische Telefon durchzuführen.

b) Die Schallgeber

Beim Thermophon berechnet man auf Grund der Thermophontheorie den mittleren Druck in einem Ausgleichsraum³⁾, der dadurch charakterisiert ist, daß am Rande des Ausgleichgebietes die von dem Draht ausgehenden Temperaturwellen abgeklungen sind. Der so berechnete Druck stellt sich ein, wenn der Ausgleichsraum vom

1) Entnommen aus den Funktionentafeln von Jahnke-Emde.

2) Da $\frac{4 \bar{w}_{Tr}}{(\bar{w}_{Tr} + 1)^2 + \bar{q}_{Tr}^2} = a_{Tr}$ ist; vgl. hierzu K. Schuster u. A. Hoberg, Ann. d. Phys. [5] 16. S. 204. 1933.

3) J. Langmuir, Phys. Rev. (1) 34. S. 401. 1912.

Volumen V_h hart abgeschlossen ist. Er bestimmt sich nach der Formel¹⁾:

$$(7) \quad p_{h, \text{eff.}} = \frac{11,4}{a^2 \cdot V_h} \cdot R_{Th} \cdot J_0 \cdot J_{1, \text{eff.}} \cdot \frac{1}{\varphi(f)}.$$

J_0 ist der zur Vorheizung notwendige Gleichstrom, R_{Th} der Widerstand des Thermophonleiters beim Strom J_0 , V_h das Volumen des Ausgleichsraumes, a der Drahtradius, die Zahl 11,4 eine Konstante, in der die physikalischen Daten von Luft und Platin enthalten sind; $\varphi(f)$ ist ein Frequenzausdruck, wie er in Fig. 2 für einen 6μ -Draht als Funktion der Frequenz aufgetragen ist.

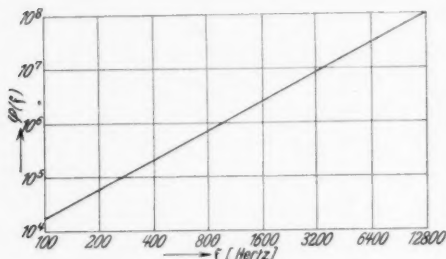


Fig. 2. Frequenzcharakteristik eines 6μ -Drahtthermophons

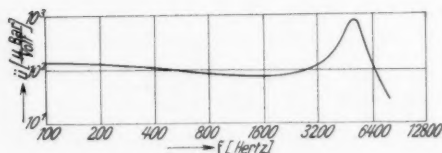


Fig. 3. Übertragungsfaktor des dynamischen Telephons

Beim dynamischen Telefon²⁾ ist der Druck vor einer den Telephonhohlraum abschließenden harten Platte auf Grund einer Eichkurve²⁾ bekannt. Die Eichkurve ist in Fig. 3 wiedergegeben. Sie gibt den Übertragungsfaktor \ddot{u} , das ist das Verhältnis des

erzeugten Druckes zur angelegten Spannung, als Funktion der Frequenz an. Kennt man ferner den Widerstand R_T der Tauchspule, so bestimmt sich der Druck vor der harten Platte aus dem durch das Telefon fließenden Strom nach der Formel:

$$(8) \quad p_{h, \text{eff.}} = J_{1, \text{eff.}} \cdot R_T \cdot \ddot{u}.$$

c) Die Formeln für die dargebotene Energie

Schließt man die Schallgeber nicht hart, sondern mit dem Rohr ab, so wird der vorher herrschende Druck p_h unter dem Einfluß der Rohrimpedanz abgeändert. Zwecks Ableitung einer all-

1) W. Geffcken u. L. Keibs, Ann. d. Phys. [5] 16. S. 404. 1933 und E. Franke, Ann. d. Phys. [5] 20. S. 780. 1934.

2) Das dynamische Telefon war nebst Eichkurve von der Firma Siemens & Halske geliefert ($R_T = 3,3 \Omega$).

gemeinen Formel für den abgeänderten Druck denke man sich einen zylindrischen Rohrstutzen vom Querschnitt F und der Länge h , der auf der einen Seite mit dem Schallgeber abgeschlossen ist und auf der anderen Seite einmal hart, das andere Mal mit einer Impedanz $\bar{\delta}$ abgeschlossen werden kann. Kennt man den Druck vor dem harten Abschluß, dann bestimmt sich unter Anwendung der Universalformel (2a) der Druck vor der Impedanz zu:

$$(9) \quad p_{\bar{\delta}} = p_h \cdot \frac{\bar{\delta}}{\bar{\delta} + \operatorname{ctg} \gamma h}.$$

Spezialisiert man auf extrem kurzes Rohr (Kammer), d. h. setzt man $\sin \beta l \sim \beta l$ und $\cos \beta l \sim 1$, dann wird, solange $\beta \ll \alpha$ ist,

$$(10) \quad p_{\bar{\delta} \text{ eff.}} = p_{h \text{ eff.}} \cdot \left| \frac{\bar{\delta}}{\bar{\delta} + \frac{\beta h}{\sin^2 \alpha h} - i \operatorname{ctg} \alpha h} \right|^2.$$

Vernachlässigt man in dieser Formel die Dämpfung und setzt man $\operatorname{ctg} \alpha h \sim \frac{1}{\alpha h} \sim \frac{c}{\omega} \frac{F}{V_h}$, dann erhält man die bereits von Békésy¹⁾ angegebene Beziehung:

$$p_{\bar{\delta} \text{ eff.}} = p_{h \text{ eff.}} \cdot \left| \frac{1}{1 - i \frac{c}{\omega} \cdot \frac{F}{V_h} \cdot \frac{1}{\bar{\delta}}} \right|.$$

Inwieweit das Dämpfungsglied zu vernachlässigen ist, ist von Fall zu Fall zu entscheiden. Denkt man sich z. B. die Kammer mit einer Massenimpedanz abgeschlossen, deren Größe gleich $+i \operatorname{ctg} \alpha h$ ist, dann würde sich bei Vernachlässigung der Kammerdämpfung der Druck $p_{\bar{\delta} \text{ eff.}}$ zu ∞ errechnen, während sich in Wirklichkeit ein endlicher Druck einstellt, dessen Größe sich nach der allgemeineren Formel zu

$$p_{\bar{\delta} \text{ eff.}} = p_{h \text{ eff.}} \cdot \frac{\sin^2 \alpha h}{\beta h} \cdot \operatorname{ctg} \alpha h$$

bestimmt.

Als Abschlußimpedanz der Kammer ist in unserem Falle die Eingangsimpedanz des mit dem Trommelfell abgeschlossenen Rohres anzusehen. Diese bestimmt sich gemäß ihrer Definition als Quotient von Druck durch Geschwindigkeit aus den Universalformeln (man setze darin $x = 0$) zu:

$$(11) \quad \bar{\delta} = \frac{\cos \gamma l + \frac{1}{\bar{\delta} T_r} \sin \gamma l}{\sin \gamma l + \frac{1}{\bar{\delta} T_r} \cos \gamma l}.$$

Für $\beta l \geq 3$ wird $\bar{\delta}$ unabhängig vom Abschlußwiderstand des Rohres praktisch gleich 1.

1) G. v. Békésy, Ann. d. Phys. [5] 13. S. 126. 1932.

Im Falle des Thermophons ist nun die Anordnung folgende: Durch einen Ebonitstopfen vom Durchmesser des Rohres (6 mm) sind vier Messingstifte geführt, auf denen ein Wollastondraht zickzackförmig ausgespannt ist. An zwei Stiften liegt die Stromzuführung. Der Draht steht etwa 1 mm vom Stopfen ab, also gerade etwas mehr als der Ausgleichsradius beträgt. Der Stopfen ist gut in das Rohr eingepaßt, so daß er dicht schließt. Bei dieser Anordnung kann man als Ausgleichsraum eine Luftplatte ansehen, die durch zwei Schnitte begrenzt ist, die parallel der Drahtebene zu beiden Seiten im Abstände des Ausgleichsradius gelegt sind. Der in diesem Raum entstehende räumlich konstante Druck ist nach Formel (7) bekannt, wenn der Raum hart abgeschlossen ist. An den Ausgleichsraum grenzt nun die spezifische Impedanz 1. Rechnet man nach der allgemeinen Formel (10) für den abgeänderten Druck, so erhält man für den Druck am Anfang des Rohres (Ebene der Thermophondrähte):

$$p_{\text{eff.}} = \frac{11,4}{a^2 \cdot \varphi(f)} \cdot \frac{1}{V_h} R \cdot J_0 \cdot J_{1\text{eff.}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{\beta h}{\sin^2 \alpha h}\right)^2 + \text{ctg}^2 \alpha h}}.$$

Wie eine genaue Abschätzung ergibt, kann wegen der Kleinheit des Ausgleichsraumes das Glied $\left(1 + \frac{\beta h}{\sin^2 \alpha h}\right)^2$ von den tiefsten Frequenzen an bis herauf zu 10000 Hz ohne weiteres gegenüber $\text{ctg}^2 \alpha h \sim \frac{1}{(\alpha h)^2}$ vernachlässigt werden. Nach einigen Zwischenrechnungen, wobei man h durch V_h und den Rohrquerschnitt q ausdrückt, folgt schließlich für den Druck der einfallenden Welle:

$$(12) \quad p_{\text{eff.}} = \frac{11,4}{a^2 \cdot \varphi(f)} \cdot R J_0 J_{1\text{eff.}} \cdot \frac{2\pi f}{c \cdot q} \cdot e^{-\beta l}$$

und für die dargebotene Energie:

$$(13) \quad L_f = q \left[\frac{11,4}{a^2 \varphi(f)} \cdot R \cdot J_0 \cdot J_{1\text{eff.}} \cdot \frac{2\pi f}{c \cdot q} \right]^2 \cdot \frac{1}{qc} \cdot e^{-2\beta l}.$$

Im Falle des dynamischen Telephons ist die Anordnung folgende: Die Öffnung des Telephons vom Querschnitt F wird mit einer harten Platte abgeschlossen. In diese Platte wird zentral das Rohr eingeschraubt. Da sich beim Übergang vom Rohr in die Kammer der Rohrwiderstand im Verhältnis der Querschnitte ändert, beträgt der Abschlußwiderstand der Kammer: $\bar{z} = \frac{F}{q} \cdot 1$; streng genommen ist hier noch eine Mündungskorrektur zu berücksichtigen, die aber gegenüber dem Rohrwiderstand zu vernachlässigen ist. Rechnet man

in analoger Weise wie beim Thermophon, dann bestimmt sich nach Formel (10) der Druck am Anfang des Rohres zu:

$$p_{\text{eff.}} = \frac{J_{1\text{eff.}} \cdot R_T \cdot \ddot{u}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\beta h}{\sin^2 \alpha h} \cdot \frac{q}{F}\right)^2 + \left(\text{ctg } \alpha h \cdot \frac{q}{F}\right)^2}} \cdot \psi(f)$$

Eine frequenzweise Ausrechnung des Wurzelausdrucks $\psi(f)$ für das benutzte Telefon ($h = 1,3$; $F = 1,7^2 \pi$) ergibt, daß er mit steigen der Frequenz sich sehr schnell dem Wert 1 nähert, und zwar beträgt er bei 100 Hz 1,6; bei 200 Hz 1,2; bei 400 Hz ist er bereits praktisch 1. Bei Verwendung des dynamischen Telefons als Schallgeber bestimmt sich somit der Druck der einfallenden Welle zu:

$$(14) \quad p_{\text{eff.}} = \frac{R_T \cdot J_{1\text{eff.}} \cdot \ddot{u}}{\psi(f)} \cdot e^{-\beta l}$$

und die dargebotene Energie:

$$(15) \quad L_f = q \left[\frac{R_T \cdot J_{1\text{eff.}} \cdot \ddot{u}}{\psi(f)} \right]^2 \cdot \frac{1}{q c} \cdot e^{-2\beta l}$$

d) Versuchsanordnung und Prüfung der Methode

Für die Messungen wurde ein glattes Messingrohr benutzt, dessen Dämpfung sich nach der Helmholtz-Kirchhoffschen Theorie zu $\beta = \frac{6,2 \cdot 10^{-5}}{d} \cdot \sqrt{f}$ (1) bestimmt. Die Rohrlänge wurde so gewählt, daß das Argument $\beta \cdot l \geq 3$ war. Damit diese Bedingung erfüllt war, mußte z. B. für die Frequenz 100 Hz ($\beta = 9,5 \cdot 10^{-4}$) das Rohr 32 m lang gemacht werden. Für alle höheren Frequenzen ist bei Verwendung desselben Rohres die genannte Bedingung dann erst recht erfüllt, da β proportional \sqrt{f} steigt. Es ist indessen nicht von Vorteil, diese Rohrlänge von 32 m über den ganzen Frequenzbereich beizubehalten, da bei zu großem βl , also für höhere Frequenzen, der Ton am Ende des Rohres infolge der exponentiellen Energieabnahme so geschwächt ist, daß selbst bei den maximal zulässigen Betriebsströmen nichts zu hören ist. Es erwies sich als zweckmäßig, den Frequenzbereich zu unterteilen und für die verschiedenen Teilbereiche verschiedene Rohrlängen zu wählen, und zwar wurden folgende Rohrlängen verwandt: Von 100—300 Hz ~ 35 m, von 250—1500 Hz ~ 20 m, von 1500—4000 Hz ~ 8,5 m, von 3500

1) Die Zahl $6,2 \cdot 10^{-5}$ ist eine Konstante, die sich aus der Schallgeschwindigkeit, der Luftdichte und dem Reibungskoeffizienten der Luft berechnet. Vgl. hierzu H. Tischner, ENT., Bd. 7. S. 192. 1930.

bis 6000 Hz \sim 6,5 m, von 6000—8000 Hz \sim 4 m und von 8000 bis 10000 Hz \sim 3 m.

Die Methode zur Bestimmung der dargebotenen Energie wurde durch Hörschwellenmessungen geprüft. Die Beobachtungen, die zur Ermittlung der Schwelle führten, erfolgten im unbewußten Verfahren. Im einzelnen sei hier auf die Arbeiten I—III dieser Untersuchungsreihe verwiesen.

Die Prüfung der Formeln (12—15) kann in der Weise erfolgen, daß man am gleichen Rohr für das gleiche Versuchsohr die Schwelle mit verschiedenem Schallgeber, einmal mit dem Thermophon, ein anderes Mal mit dem dynamischen Telephon einstellt. Es muß sich dann unabhängig vom Schallgeber der gleiche Schwellenwert ergeben. In Tab. 1 sind hierfür einige Beispiele angeführt. Die Übereinstimmung der Werte ist befriedigend.

Tabelle 1

Schwellendruckmessungen mit verschiedenem Schallgeber am gleichen Rohr

f Hz	Versuchsperson	Schallgeber	Rohrlänge m	$J_{1\text{eff.}}$ Amp.	$p_{f\text{eff.}}$ dyn/cm ²
426	Kal.	l. Ohr	18,5	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$8,2 \cdot 10^{-4}$
		r. „		$5,0 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^{-4}$
		l. Ohr		$6,1 \cdot 10^{-5}$	$6,1 \cdot 10^{-4}$
		r. „		$3,8 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-4}$
2010	Kb.	l. Ohr	10,3	$6,7 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
		r. „		$8,9 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
		l. Ohr		$2,0 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$
		r. „		$2,3 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
2020	Ue.	l. Ohr	10,3	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$
		r. „		$8,0 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$
		l. Ohr		$2,6 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$
		r. „		$2,2 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$

Eine weitere Prüfung besteht darin, daß man unter sonst gleichen Bedingungen die Schwelle mit verschieden langem Rohr (natürlich $\beta l \geq 3$) bestimmt. Aus den gemessenen Betriebsdaten für die verschiedenen Rohrlängen muß sich dann wiederum der gleiche Schwellenwert errechnen. Derartige Versuche wurden in großer Zahl an verschiedenen Ohren in verschiedenen Frequenzgebieten durchgeführt. Einige Resultate sind in Tab. 2 angegeben.

Tab. 3 zeigt Messungen, bei denen sowohl der Schallgeber als auch die Rohrlänge variiert wurden.

Tabelle 2
Schwellendruckmessungen mit dem gleichen Schallgeber
an verschieden langem Rohr

f Hz	Versuchsperson		Schallgeber	Rohrlänge m	$J_{1\text{eff.}}$ Amp.	$p_{f\text{eff.}}$ dyn/cm ²
950	Kb.	l. Ohr	Thermophon	10,3	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$
		r. "			$1,1 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^{-5}$
		l. Ohr		16,8	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
2300	Kb.	r. "	Thermophon		$8,7 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^{-5}$
		l. Ohr		10,3	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$
		r. "			$4,3 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$
3600	Kb.	l. Ohr	Thermophon	8,34	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$
		r. "			$1,3 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
		l. Ohr		5,3	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$
200	Ue.	r. "	Thermophon		$1,2 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$
		l. Ohr		32	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$
		r. "			$3,6 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$
		l. Ohr	Thermophon	23,2	$6,7 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$
		r. "			$1,0 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$
		l. Ohr				

Tabelle 3
Schwellendruckmessungen mit verschiedenem Schallgeber
an verschieden langem Rohr

f Hz	Versuchsperson		Schallgeber	Rohrlänge m	$J_{1\text{eff.}}$ Amp.	$p_{f\text{eff.}}$ dyn/cm ²
288	Kal.	l. Ohr	dyn. Telephon	18,5	$5,7 \cdot 10^{-5}$	$9,7 \cdot 10^{-4}$
		r. "			$5,1 \cdot 10^{-5}$	$8,6 \cdot 10^{-4}$
		l. Ohr	Thermophon	27,6	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$
320	Kal.	r. "			$2,3 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$
		l. Ohr	dyn. Telephon	18,5	$8,0 \cdot 10^{-5}$	$9,6 \cdot 10^{-4}$
		r. "			$5,9 \cdot 10^{-5}$	$7,0 \cdot 10^{-4}$
1200	Kal.	l. Ohr	Thermophon	27,6	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$8,4 \cdot 10^{-4}$
		r. "			$1,9 \cdot 10^{-4}$	$6,5 \cdot 10^{-4}$
		l. Ohr	dyn. Telephon	8,34	$3,5 \cdot 10^{-3}$	$3,3 \cdot 10^{-2}$
		r. "			$5,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-2}$
		l. Ohr	Thermophon	10,3	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$3,0 \cdot 10^{-2}$
		r. "			$2,9 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$

Für die Versuchsperson Kb. können die nach der beschriebenen Methode gewonnenen Hörschwellenwerte mit älteren bereits in der Literatur bekannten Messungen verglichen werden. Folgende Werte wurden von Geffcken¹⁾ am linken Ohr der V.P. Kb. mit Thermophon in Ohrlage gemessen:

Kb. linkes Ohr	
f [Hz]	$p_{\text{eff.}}$ [dyn/cm ²]
1000	$1,3 \cdot 10^{-4}$
1900	$1,5 \cdot 10^{-4}$
2200	$1,7 \cdot 10^{-4}$

Ein Vergleich dieser Werte mit entsprechenden Werten (950, 2010, 2300 Hz) der Tabellen 1 bzw. 2 ergibt hinreichende Übereinstimmung.

§ 4. Zur Frage der Widerstandsmessung am Ohr

Das mechanische Verhalten eines akustischen Verbrauchers ist charakterisiert durch seinen Absorptionskoeffizienten a und durch den Phasensprung ϑ , der bei der Reflexion zwischen dem Druck der reflektierten und dem Druck der einfallenden Welle auftritt. Das Wertepaar a, ϑ steht zu den Komponenten \bar{w} und \bar{q} der spezifischen Impedanz des Verbrauchers in den eindeutigen Beziehungen:²⁾

$$(16) \quad a = \frac{4\bar{w}}{(\bar{w} + 1)^2 + \bar{q}^2} \quad \text{und} \quad \text{tg } \vartheta = \frac{2\bar{q}}{\bar{w}^2 + \bar{q}^2 - 1}.$$

Verfahren zur Bestimmung akustischer Widerstände sind in großer Anzahl bekannt; doch eignen sich nur wenige³⁾ speziell für Messungen am Ohr. Die bisher bekanntesten Methoden zur Bestimmung komplexer Trommelfellwiderstände sind die Methode von Tröger⁴⁾ und die Methode von Békésy⁵⁾.

Die Methode von Tröger besteht darin, daß der Schalldruckverlauf in einem glatten Rohr, das an dem einen Ende durch ein Telephon konstanter Schallerregung, an dem anderen Ende durch das Trommelfell abgeschlossen ist, als Funktion der Rohrlänge gemessen wird. Aus diesem Schalldruckverlauf kann der Trommelfellwiderstand berechnet werden, wenn man die Rohrdämpfung kennt. Diese Konstante wird durch eine entsprechende Messung bei hartem

1) W. Geffcken, Ann. d. Phys. [5] 19. S. 829. 1934.

2) K. Schuster u. A. Hohberg, Ann. d. Phys. [5] 16. S. 204. 1933.

3) Als erster bestimmte West Ohrwiderstände; die von ihm verwendete Methode läßt indessen keinen Schluß über die Phasenzustände am Trommelfell zu, sie kommt also für die hier vorliegende Aufgabe nicht in Betracht; vgl. hierzu W. West, Post Office El. Eng. Journ. 21. S. 293. 1929.

4) J. Tröger, Phys. Ztschr. 31. S. 26. 1930.

5) G. v. Békésy, Ann. d. Phys. [5] 13. S. 126. 1932.

Abschluß vorher bestimmt. Die genannte Methode hat experimentell den Nachteil, daß eine Vielzahl Punkte gemessen werden muß, während sich das Ohr der Versuchsperson am Rohr befindet. Die Aufnahme einer Druckkurve bei Ohrabschluß ist also äußerst langwierig und erfordert von der Versuchsperson viel Geduld. Hinzu kommt, daß für eine exakte Auswertung die Trögersche Theorie für Ohrabschluß abgeändert werden müßte. Die Gründe für die Abänderung sind in einer früheren Arbeit¹⁾ dieser Untersuchungsreihe, bei der nach der Trögerschen Methode aus Messungen mit hartem Abschluß die Rohrdämpfung bestimmt wurde, klargelegt worden. Die Endformeln für die Bestimmung des Trommelfellwiderstandes würden durch diese Abänderung sehr unübersichtlich werden.

Die Methode von Békésy besteht darin, daß der von einem Telefon in einer kleinen Kammer vom Volumen V erzeugte Schalldruck mit einem Kompensationsmikrophon gemessen wird, einmal, wenn die Kammer hart, das andere Mal, wenn sie mit einer Impedanz \bar{z} von der Fläche F abgeschlossen ist. Für das komplexe Druckverhältnis gibt Békésy an:

$$\frac{p}{p_{\infty}} = \frac{1}{1 - i \cdot \frac{c}{\omega} \cdot \frac{F}{\bar{z}} \cdot \frac{1}{V}} \quad 2),$$

wo p der Druck bei Impedanzabschluß und p_{∞} der Druck bei hartem Abschluß ist. Will man nach dieser Methode am Ohr messen, so empfiehlt sich folgende Anordnung: Ein starrer zylindrischer Stutzen von der Höhe h ($\sim 1-2$ cm) und vom Querschnitt F wird auf der einen Seite mit einem Kompensationsmikrophon (K), auf der anderen Seite mit einer harten Platte abgeschlossen. Als Schallgeber werden dicht vor dem Mikrophon einige Thermophondrähte (Th) zickzackförmig ausgespannt. Das Thermophon hat für den vorliegenden Zweck gegenüber einem Telefon den Vorteil, daß es sich bequem und symmetrisch in der Kammer unterbringen läßt

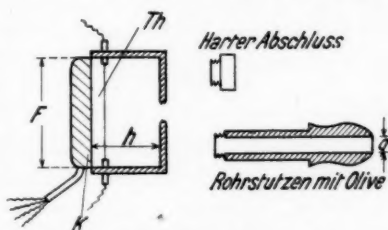


Fig. 4. Modifizierte Anordnung zur Widerstandsmessung nach der Methode von Békésy

1) E. Waetzmann u. L. Keibs, Ann. d. Phys. [5] **22**, S. 247. 1935.

2) In § 3 wurde bereits darauf hingewiesen, daß in dieser Formel der Dämpfungsverlust innerhalb der Kammer vernachlässigt ist.

und das Mikrophon elektrisch nicht beeinflußt. In die ebene Abschlußplatte der Kammer wird ein Loch gebohrt, in das einmal ein harter Stopfen, das andere Mal ein kurzer Rohrstutzen vom Querschnitt q (6 mm Durchmesser) eingeschraubt wird, dessen Ende mittels einer Olive in den Gehörgang der Versuchsperson eingeführt werden kann. Für das vom Mikrophon gemessene Druckverhältnis folgt dann nach der Universalformel (2a):

$$(17) \quad \frac{p}{p_{\infty}} = \frac{\bar{\delta} + \Im g \gamma h}{\bar{\delta} + \Re g \gamma h}.$$

Der Widerstand $\bar{\delta}$ in der Ebene des Kammerquerschnitts hängt mit dem Widerstand $\bar{\delta}_r$ in der Ebene des Rohrquerschnitts (= Widerstand des mit dem Trommelfell abgeschlossenen Rohrstutzens) durch die Beziehung $\bar{\delta} = \frac{F}{q} (\bar{\delta}_r + k)$ zusammen, wo k eine komplexe Mündungskorrektur ist, so daß man schließlich erhält:

$$(18) \quad \frac{p}{p_{\infty}} = \frac{\bar{\delta}_r + k + \frac{q}{F} \cdot \Im g \gamma h}{\bar{\delta}_r + k + \frac{q}{F} \cdot \Re g \gamma h}.$$

Durch Trennung von Real- und Imaginärteil ließen sich hiernach aus dem experimentell bestimmten Druckverhältnis die Komponenten von $\bar{\delta}_r$ berechnen, wenn man den Dämpfungsverlust und die Mündungskorrektur kennt. Da sich diese beiden Größen theoretisch nur näherungsweise erfassen lassen, ist es zweckmäßig, ihren Einfluß durch das Experiment zu bestimmen.

Der Zusammenhang zwischen dem Druckverhältnis und $\bar{\delta}_r$ läßt sich entsprechend Formel (18) ganz allgemein schreiben:

$$(19) \quad \frac{p}{p_{\infty}} = \frac{\bar{\delta}_r + a + b i}{\bar{\delta}_r + c + d i},$$

d. h., das Druckverhältnis ist eine gebrochen lineare Funktion von $\bar{\delta}_r$. Die Konstanten a, b, c, d sind Kammerkonstanten, die Mündungskorrektur, Kammerdämpfung, Höhe der Kammer und das Querschnittsverhältnis q/F enthalten. Diese Konstanten können durch Messungen mit zwei bekannten Widerständen bestimmt werden. Als bekannte Widerstände wählt man zweckmäßig einen vollkommen absorbierenden Abschluß ($\bar{\delta}_r = 1$) und einen Abschluß in Form eines hart abgeschlossenen Rohrstutzens von der Länge $\lambda/4$, dessen Widerstand aus der Rohrdämpfung β und der Länge des Stutzens h nach der Formel $\bar{\delta}_r = \Im g \beta h^2$ berechenbar ist. Den Abschluß $\bar{\delta}_r = 1$ erreicht man, indem man in die Kammer ein Rohr schraubt, für das $\beta l \geq 3$ ist.

1) Folgt aus Formel (11).

Setzt man das Druckverhältnis gleich $u + iv$, dann erhält man nach einigen Zwischenrechnungen für die Komponenten von $\bar{\zeta}_r$:

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{w}_r = \frac{(u-1)(a-uc) + v(b-d-vc)}{(\mu-1)^2 + v^2} \\ \text{und} \\ \bar{q}_r = \frac{(u-1)(b-ud) + v(c-a-vd)}{(\mu-1)^2 + v^2} \end{array} \right.$$

und entsprechend für den Absorptionskoeffizienten a und den Phasensprung ϑ am Anfang des Stützens:

$$(21) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_r = 4 \cdot \frac{(u-1)(a+vd-uc) + v(b-vc-ud)}{\{ (u-1) + (a+vd-uc)^2 + \{v + (b-vc-ud)\}^2 \}} \\ \text{und} \\ \vartheta_r = 2 \cdot \frac{(u-1)(b-ud) + v\{c-(a+vd)\}}{\{ (b-ud-vc)^2 + \{ (a+vd-uc)^2 - \{ (u-1)^2 + v^2 \} \}} \end{array} \right.$$

Um schließlich die gesuchten Größen für das Trommelfell zu erhalten, müssen die für den Stützenanfang gewonnenen \bar{w}_r , \bar{q}_r bzw. a_r , ϑ_r -Werte auf das Stützenende nach der akustischen Leitungstheorie reduziert¹⁾ werden.

Abschließend ist über die *Methode von Békésy* zu sagen: Gegenüber der Methode von Tröger hat sie den Vorteil, daß zwei Messungen zur Widerstandsbestimmung ausreichen, wenn man die Kammerkonstanten kennt. Die Auswertung der Messungen nach den Formeln (20) und (21) ist indessen noch sehr umständlich. Sie stellt daher noch keine befriedigende Lösung für das Problem der Impedanzmessung am Ohr dar.

§ 5. Eine neue einfache Methode zur Bestimmung des Trommelfellwiderstandes

a) Die Theorie der Methode

Eine Methode, bei der man aus zwei Messungen durch besonders bequeme und schnelle Auswertung Impedanzen bestimmen kann, ist die folgende:

Ein Rohr, dessen Länge l so gewählt ist, daß βl nicht kleiner als 3 ist, wird am Anfang durch ein Telefon erregt. Das Ende des Rohres wird einmal hart, das andere Mal durch eine Impedanz $\bar{\zeta}$ abgeschlossen. Mißt man den Druck am Ende des Rohres für diese beiden Fälle, so kann man auch hier aus dem komplexen Druckverhältnis auf die Größe der Impedanz schließen. Für das Druckverhältnis folgt aus den Universalformeln:

$$(22) \quad \frac{p}{p_\infty} = \frac{\bar{\zeta}}{\bar{\zeta} + \operatorname{ctg} \gamma l}$$

1) Vgl. hierzu S. 603.

und da für $\beta l \geq 3$ $\text{ctg } \gamma l$ praktisch gleich 1 ist,

$$(23) \quad \frac{p}{p_{\infty}} = \frac{\bar{\beta}}{\bar{\beta} + 1}.$$

Der Vorteil dieser Methode liegt darin, daß in der Funktion für das Druckverhältnis nur noch eine Konstante auftritt und diese unabhängig von der Frequenz gleich 1 wird. Das bedingt eine besonders bequeme Auswertbarkeit der Messungen. Setzt man das

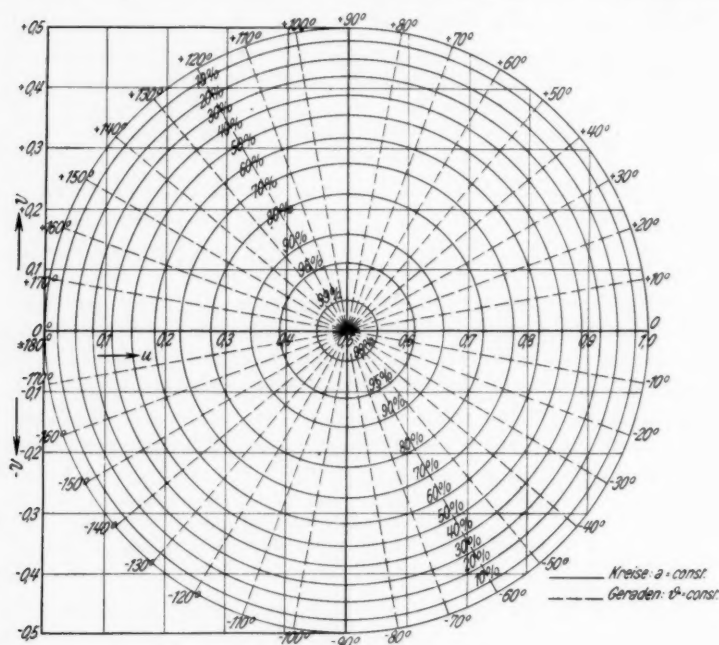


Fig. 5a. Das a, ϑ -Diagramm

Druckverhältnis wiederum gleich $u + iv$, so ist durch Trennung von Real- und Imaginärteil in (23):

$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{w} = -\frac{u(u-1) + v^2}{(u-1)^2 + v^2} \\ \text{und} \\ \bar{q} = \frac{v}{(u-1)^2 + v^2} \end{array} \right.$$

und auf Grund der Zusammenhänge zwischen dem Wertepaar a, ϑ und dem Wertepaar \bar{w}, \bar{q} gemäß den Gl. (16)

$$(25) \quad \left\{ \begin{array}{l} a = -4\{u(u-1) + v^2\} \\ \text{und} \\ \operatorname{tg} \vartheta = \frac{2v}{2v-1} \end{array} \right.$$

Die Formeln (24) bis (25) gestatten eine sehr einfache graphische Darstellung: Trägt man u und v als Koordinaten in einem rechtwinkligen System auf, so stellen die Kurven $a = \text{const}$ konzentrische

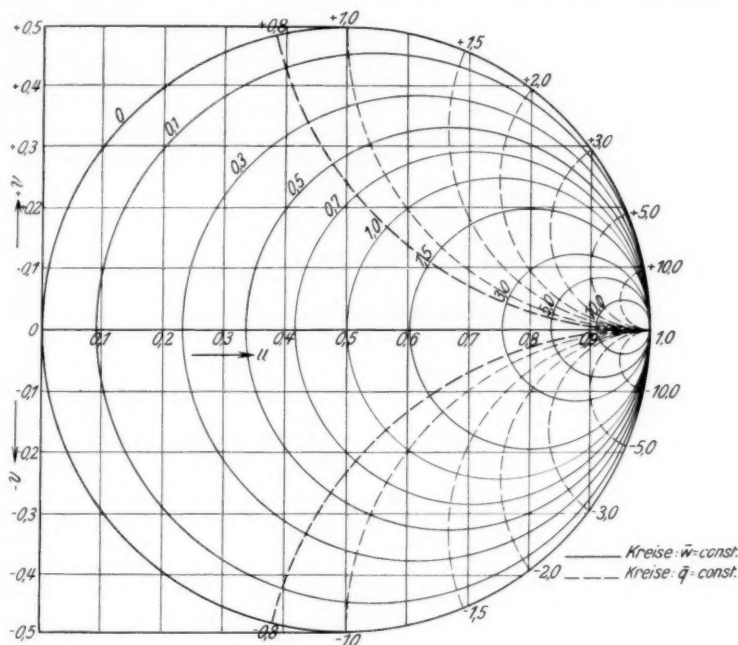


Fig. 5b. Das w, q -Diagramm

Kreise um den Punkt $(\frac{1}{2}, 0)$ als Mittelpunkt mit den Radien $\frac{\sqrt{1-a}}{2}$ dar. Die Kurven $\vartheta = \text{const}$ bilden als orthogonale Trajektorien zu den Kreisen $a = \text{const}$ eine Schar von Geraden, die durch den Punkt $(\frac{1}{2}, 0)$ unter dem Winkel ϑ zur positiven Richtung der u -Achse verlaufen. Die Kurven $w = \text{const}$ stellen Kreise mit den Mittelpunktsskordinaten

$$u = \frac{2\bar{w} + 1}{2(\bar{w} + 1)} \quad \text{und} \quad v = 0$$

und den Radien

$$R = \frac{1}{2(\bar{w} + 1)}$$

dar. Die Kurven $\bar{q} = \text{const}$ bilden zu diesen die orthogonalen Trajektorien in Form von Kreisen mit den Mittelpunktskoordinaten

$$u = 1, v = \frac{1}{2\bar{q}} \quad \text{und den Radien} \quad R = \frac{1}{2\bar{q}}.$$

Bei dieser Darstellung liegen sämtliche überhaupt mögliche Impedanzen (\bar{w} von $0-\infty$ und \bar{q} von $0-\infty$) innerhalb des Kreises um den Punkt $(\frac{1}{2}, 0)$ mit dem Radius $\frac{1}{2}$. Der Punkt $(\frac{1}{2}, 0)$ entspricht vollkommener Absorption, der Kreis mit dem Radius $\frac{1}{2}$ vollkommener Reflexion. Der Koordinatennullpunkt $(0,0)$ stellt den vollkommen schallweichen Abschluß und der Punkt $(1,0)$ den vollkommen schallharten Abschluß dar. Für die Auswertung der Messungen braucht man nur mit den Komponenten des jeweils gemessenen Druckverhältnisses in dieses Diagramm einzugehen und kann aus ihm die interessierenden Größen \bar{w} , \bar{q} , a , ϑ ablesen.

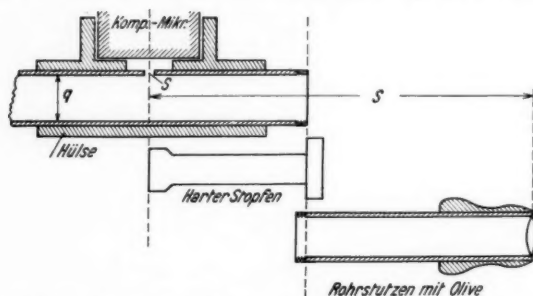


Fig. 6. Anordnung zur Impedanzmessung am Ende des langen Rohres

Für die Ableitung der Formeln (24) bis (25) war zunächst angenommen, daß die Drucke direkt vor der Abschlußimpedanz gemessen werden. Da sich die Meßstelle nicht direkt ans Trommelfell heranbringen läßt, muß man für Ohrmessungen die Anordnung wie folgt abändern: An das Ende des langen Rohres wird ein harter Stopfen dicht schließend eingeführt (vgl. Fig. 6). Dicht vor dem Stopfen wird der Druck gemessen (p_∞). Dann wird der Stopfen herausgezogen und in das Rohrende wird ein Stutzen eingeschraubt, der mittels einer Olive in den Gehörgang der Versuchsperson eingeführt werden kann. An der gleichen Stelle wie vorher wird nun der Druck p für Stutzen+Trommelfellabschluß gemessen. Die Auswertung der Messung liefert zunächst das Wertepaar (\bar{w}_r , \bar{q}_r) bzw. (a_r , ϑ_r) für den Stutzenanfang. Um hieraus auf das Trommelfell (a_{Tr} , ϑ_{Tr}) umrechnen zu können, soll an dieser Stelle eine unmittelbare Beziehung zwischen dem Wertepaar (a_r , ϑ_r) und dem Wertepaar (a_{Tr} , ϑ_{Tr}) hergeleitet werden.

Nach den Universalformeln ergibt sich für den Zusammenhang zwischen der spezifischen Impedanz des Trommelfells $\bar{\beta}_{Tr}$ und der spezifischen Impedanz $\bar{\beta}_r$ am Anfang des Stutzens:

$$(26) \quad \bar{\beta}_r = \frac{\coth \gamma s + \frac{1}{\bar{\beta}_{Tr}} \sin \gamma s}{\sin \gamma s + \frac{1}{\bar{\beta}_{Tr}} \coth \gamma s}.$$

Der allgemeine Zusammenhang zwischen der spezifischen Impedanz einerseits und dem Absorptionskoeffizienten und dem Phasensprung andererseits ist durch die Gleichung bestimmt:

$$\bar{\beta}_{Tr} = \frac{1 + \sqrt{1 - a_r} e^{i\vartheta_{Tr}}}{1 - \sqrt{1 - a_r} e^{i\vartheta_{Tr}}}.$$

Ganz entsprechend ist:

$$\bar{\beta}_r = \frac{1 + \sqrt{1 - a_r} e^{i\vartheta_r}}{1 - \sqrt{1 - a_r} e^{i\vartheta_r}}.$$

Durch Einsetzen der Werte für $\bar{\beta}_{Tr}$ und $\bar{\beta}_r$ in die Gl. (26) erhält man nach einigen Zwischenrechnungen:

$$\frac{1 + \sqrt{1 - a_r} e^{i\vartheta_r}}{1 - \sqrt{1 - a_r} e^{i\vartheta_r}} = \frac{1 + \sqrt{1 - a_r} e^{i\vartheta_{Tr}} \cdot e^{-2\gamma s}}{1 - \sqrt{1 - a_r} e^{i\vartheta_{Tr}} \cdot e^{-2\gamma s}}.$$

Hieraus folgt:

$$(27) \quad 1 - a_{Tr} = (1 - a_r) e^{4\beta s} \quad \text{und} \quad \vartheta_{Tr} = \vartheta_r + 2\alpha s.$$

Nach den Formeln (25) und (27) kann also aus den Komponenten u und v des experimentell bestimmten Druckverhältnisses der Absorptionskoeffizient und der Phasensprung am Trommelfell bestimmt werden.

Die beschriebene Methode kann auch ohne weiteres dazu dienen, beliebige Absorptionsstoffe zu untersuchen. Wenn man die Anordnung so trifft, daß der Druck genau so wie beim harten Abschluß dicht vor der Materialprobe gemessen werden kann, dann bestimmt sich das akustische Verhalten des Stoffes bereits nach den Formeln (25) bzw. direkt aus dem $(\bar{w}, \bar{q}, a, \vartheta)$ -Diagramm.

b) Die Meßstelle

Zur Druckmessung verwendet man zweckmäßig das Kompensationsmikrophon nach Geffeken¹⁾. Die kleinen Dimensionen dieses Instrumentes ermöglichen es, die Meßstelle eng zu begrenzen. Die Ausführung der Meßstelle geschieht am besten so, daß durch die Wandung des Meßrohres ein Loch gebohrt wird. Über die ent-

1) W. Geffeken, ENT. 10. S. 39. 1933.

stehende Zapfstelle wird eine Hülse aus Ebonit geschoben, in die das Mikrophon gesteckt wird, so, daß der Schalldruck im Rohr durch das Loch hindurch auf die Mikrophonmembran wirken kann (vgl. Fig. 6). Durch das Anbringen der Meßstelle wird der Schallzustand im Rohr abgeändert, d. h. es stellt sich ein anderer Druck ein, als wenn das Rohr nicht angebohrt wäre. Der Einfluß der Meßstelle läßt sich wie folgt berechnen: Die Kombination der Impedanz des Rohrabschlusses mit der Impedanz der Meßstelle stellt eine Parallelschaltung dar. Bezeichnet man die Impedanz der Meßstelle mit $\bar{\delta}_m$, den Querschnitt der Bohrung mit S , dann berechnet sich die resultierende Impedanz für den Fall, daß das Rohr mit $\bar{\delta}_r$ abgeschlossen ist, zu

$$\bar{\delta}_{r,m} = \frac{\bar{\delta}_m \cdot \bar{\delta}_r}{\frac{S}{q} \bar{\delta}_r + \bar{\delta}_m}.$$

Entsprechend ergibt sich, wenn das Rohr hart abgeschlossen ist

$$\bar{\delta}_{\infty,m} = \frac{\bar{\delta}_m}{\frac{S}{q}}.$$

Für das Druckverhältnis im Rohr folgt:

$$\frac{p}{p_{\infty}} = \frac{1 + \frac{1}{\bar{\delta}_{\infty,m}} \operatorname{ctg} \gamma l}{1 + \frac{1}{\bar{\delta}_{r,m}} \operatorname{ctg} \gamma l}$$

und nach Einsetzen der Werte für $\bar{\delta}_{r,m}$ und $\bar{\delta}_{\infty,m}$

$$(28) \quad \frac{p}{p_{\infty}} = \frac{\bar{\delta}_r \left(1 + \frac{S}{q} \cdot \frac{1}{\bar{\delta}_m} \right)}{\bar{\delta}_r \left(1 + \frac{S}{q} \cdot \frac{1}{\bar{\delta}_m} \right) + 1}.$$

Wie hieraus ersichtlich ist, ist der schallfeldverzerrende Einfluß der Meßstelle zu vernachlässigen, wenn $\frac{S}{q} \cdot \frac{1}{\bar{\delta}_m} \ll 1$ ist.

Die benutzte Meßstelle hatte eine Bohrung vom Durchmesser 0,1 mm, die Wandstärke des Rohres betrug 1 mm. Als Impedanz $\bar{\delta}_m$ ist in diesem Falle die Impedanz einer Kapillare vom Radius $r = 0,005$ cm und von der Länge $l^* = 0,1$ cm anzusehen. Sie errechnet sich, wie Untersuchungen von J. B. Crandall¹⁾ zeigen, durch Ansatz des Poiseuilleschen Gesetzes zu:

$$\bar{\delta}_m = \frac{8\mu \cdot l^*}{r^3},$$

wo $\mu = 1,9 \cdot 10^{-4} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}]$ der Reibungskoeffizient der Luft ist.

1) J. B. Crandall, *Theory of vibrating systems and sound*. S. 235. New York. 1926; vgl. auch G. v. Békésy, *Ann. d. Phys.* [5]. 13. S. 122. 1932.

Die Impedanz ist rein reell, weil die Reibungskräfte in der Kapillare schon so groß sind, daß bei den Schwingungen der Luftsäule ihre Massenkkräfte vernachlässigt werden können.

Hiernach ergibt sich durch Einsetzen der Werte für r und l^* das Korrekturglied $\frac{S}{q} \cdot \frac{1}{\bar{\delta}_m}$ zu $4,5 \cdot 10^{-5}$, ist also gegenüber 1 zu vernachlässigen. Formel (28) geht somit in Formel (23) über.

Es bleibt noch zu untersuchen, in welcher Beziehung das vom Mikrophon gemessene Druckverhältnis zum Druckverhältnis im Rohr steht. Wie sich mit Hilfe der Universalformel (2a) ableiten läßt, ist der Druck vor der Membran gegenüber dem Druck im Rohr in einem bestimmten Verhältnis n verkleinert und um einen bestimmten Betrag φ phasenverschoben, so daß man schreiben kann:

$$[p]_m = n [p]_R \cdot e^{i\varphi}$$

und

$$[p_\infty]_m = n [p_\infty]_R \cdot e^{i\varphi}.$$

Somit folgt schließlich für das Druckverhältnis am Mikrophon:

$$\left[\frac{p}{p_\infty} \right]_{\text{Mikrophon}} = \left[\frac{p}{p_\infty} \right]_{\text{Rohr}} = \frac{\bar{\delta}_r}{\bar{\delta}_r + 1}.$$

c) Versuchsanordnung und Prüfung der Methode

Zur vektoriellen Druckmessung dient ein Schleifdrahtkompensator nach Geyger¹⁾. Das Verfahren besteht darin, daß mit diesem Kompensator Spannungen gemessen werden, die den vor dem Mikrophon herrschenden Drucken proportional sind, und zwar werden die

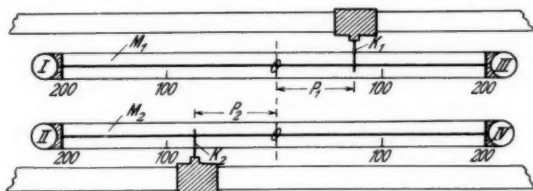


Fig. 7. Aufsicht des Geygerschen Schleifdrahtkompensators

Kompensationsspannungen als Teilspannungen bestimmt, die als regelbare Spannungsabfälle an zwei kalibrierten, mit Schleifkontakten K_1 , K_2 versehenen Meßdrähten M_1 , M_2 abgegriffen werden (vgl. Fig. 6). Bei der Messung werden die beiden Schleifkontakte so lange verschoben, bis die Membranbewegung kompensiert ist, was durch Abhören in einer Hochfrequenzschaltung²⁾ festgestellt wird.

1) W. Geyger, Arch. f. Elektrot. 17. S. 224. 1927.

2) Riegger, Wiss. Veröffentl. a. d. Siemens-Konz. 3. 2. Heft. 1924.

Die Einzelheiten der Kompensationsschaltung sind in der Arbeit von Geffcken¹⁾ ausführlich beschrieben. Die zur Kompensation abgegriffenen Teilspannungen P_1, P_2 , welche den wirksamen Meßdrahtlängen proportional sind, werden an zwei unter den Meßdrähten angebrachten Skalen in elektrischen Spannungseinheiten unmittelbar abgelesen. Hierbei entsprechen die vier in mm geteilten Meßdrahthälften *I, II, III, IV* den Achsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems. Die Meßgenauigkeit beträgt $\pm 1/2$ mm.

Die Auswertung der Druckmessungen geschieht am besten auf graphischem Wege. Die zur Kompensation erforderlichen Teilspannungen seien z. B.

für harten Abschluß: *III* 105 *IV* 9
für Impedanzabschluß: *III* 67 *II* 32,5.

Trägt man diese Teilspannungen in dem Koordinatensystem *I, II, III, IV* auf, so, wie es Fig. 7 zeigt, dann entspricht der Vektor *OA* dem Druck p und der Vektor *OB* dem Druck p_∞ . Bezeichnet man

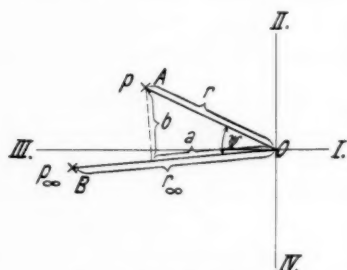


Fig. 8. Vektordiagramm für eine Impedanzmessung

die Leitstrahlen mit r und r_∞ , und die Phasenverschiebung zwischen den Vektoren mit ψ , so ist das Druckverhältnis:

$$\frac{p}{p_\infty} = \frac{r}{r_\infty} [\cos(-\psi) + i \sin(-\psi)],$$

wobei die Winkel im Gegenuhreigersinn als positiv zu rechnen sind. Die Komponenten des Druckverhältnisses u und v bestimmen sich somit zu:

$$u = \frac{r}{r_\infty} \cos \psi = \frac{a}{r_\infty} \quad \text{und} \quad v = -\frac{r}{r_\infty} \sin \psi = -\frac{b}{r_\infty}.$$

Gemäß dieser Darstellung läßt sich für die graphische Ermittlung von u und v folgende Regel angeben: Projiziert man den Vektor p auf den Vektor p_∞ , dann bestimmt sich u , indem man die Projektion a durch den Betrag des Vektors p_∞ und v , indem man das Lot b durch den Betrag des Vektors p_∞ dividiert. u ist immer positiv, v ist positiv, wenn im Gegenuhreigersinn der Impedanzvektor dem harten Vektor vorwegläuft, negativ, wenn der Impedanzvektor dem harten Vektor nachläuft. In unserem Beispiel wird also: $u = 6$ und $v = -0,367$.

1) W. Geffcken, Ann. d. Phys. [5] 19. S. 829. 1934.

Zur Prüfung der gesamten Versuchsanlage wurden mit ihr bekannte Widerstände bestimmt. Als Beispiel sei der Widerstand eines hart abgeschlossenen Rohres der Länge $s = 44$ cm bei der Frequenz 853 Hz und der Temperatur 19°C angeführt. Die Kompensationsspannungen für harten Abschluß und für Impedanzabschluß sind in Fig. 7 aufgetragen. Der Absorptionskoeffizient am Anfang des Rohres errechnet sich nach der Beziehung $a_r = 1 - e^{-4\beta s}$ und der Phasensprung am Anfang des Rohres nach der Beziehung: $\vartheta_r = -2\alpha s$ oder in Winkelgraden: $\vartheta_r = -\frac{720}{\lambda} \cdot s^{\circ}$. Für das verwandte Rohr folgt nach diesen Formeln ($\beta = 3,05 \cdot 10^{-3}$ gesetzt) $a_r = 42\%$ und $\vartheta_r = -70^{\circ}$. Experimentell ergibt sich aus den Komponenten des Druckverhältnisses $u = 6$ und $v = -0,367$ in hinreichender Übereinstimmung mit der theoretischen Ermittlung $a_r = 43\%$ und $\vartheta_r = -73^{\circ}$.

Eine weitere Prüfung der Methode besteht darin, daß man nach ihr Impedanzmessungen unter Benutzung verschieden langer Rohre ausführt. Vorausgesetzt, daß für die gewählten Rohre $\beta l \geq 3$ ist, müssen sich dann unabhängig von der Rohrlänge die gleichen Druckverhältnisse und damit die gleichen Werte für die Impedanz ergeben. Als Beispiel hierfür sind in der nachfolgenden Tabelle einige Trommelfellmessungen mit den zugehörigen Meßdaten angegeben.

Tabelle 4

Impedanzmessungen am Ohr bei verschieden langem Rohr
Versuchsperson Ue., Abstand Meßstelle-Trommelfell $s = 9,6$ cm

f [Hz]	Datum der Messung	Rohr- länge [m]	Versuchs- ohr	Rohrstutzen + Trommelfell- abschluß		Auf das Trommelfell reduziert	
				a_r [%]	ϑ_r [°]	a_{Tr} [%]	ϑ_{Tr} [°]
290	3. 9. 35	15	l. Ohr	36,5	- 81	32	- 23
			r. „	38	- 86	33,5	- 27
	16. 11. 35	36	l. Ohr	33	- 83	28,5	- 25,5
			r. „	34	- 87,5	29,5	- 29
850	3. 9. 35	10	l. Ohr	52,5	- 220	46,5	- 49,5
			r. „	50	- 222	44	- 51
	13. 9. 35	15	l. Ohr	55	- 226,5	49,5	- 55,5
			r. „	55	- 228	49,5	- 56

§ 6. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit einer Schallfeldanordnung, mit der Untersuchungen am Trommelfell in besonders übersichtlicher Weise durchgeführt werden können. Das Grundsätzliche der Anordnung besteht darin, daß das von einem Schallgeber in einem homogenen Rohr erzeugte Schallfeld unter Ausnutzung der Rohrdämpfung durch entsprechende Wahl der Rohrlänge l so modifiziert wird, daß sich im stationären Zustand besonders einfache Gesetzmäßigkeiten ergeben.

Die Arbeit geht davon aus, daß die von einem akustischen Verbraucher sekundlich aufgenommene Energie charakterisiert ist durch die dem Verbraucher sekundlich dargebotene Energie und durch seinen Absorptionskoeffizienten. In Anwendung auf das Trommelfell werden Methoden beschrieben, nach denen sich diese beiden Größen getrennt ermitteln lassen.

Die dargebotene Energie ergibt sich als Energie in einer fortschreitenden gedämpften Welle aus den Betriebsdaten des Schallgebers, der Rohrlänge und der Rohrdämpfung. Die Berechnungen werden für das Thermophon und das dynamische Telephon durchgeführt, die Endformeln durch Messungen an der Schwelle geprüft.

Bei der Bestimmung des Absorptionskoeffizienten kam es von vornherein darauf an, eine Methode zu finden, bei der man aus nur zwei Messungen durch möglichst einfache Auswertung auf die Größe der Impedanz schließen kann. Ausgehend von den in der Literatur bekannten Methoden von Tröger und von Békésy wird schließlich ein Verfahren beschrieben, bei dem am Ende eines Rohres, für das $\beta l \geq 3$ ist, der Druck gemessen wird, einmal, wenn das Rohr mit dem Trommelfell, das andere Mal, wenn es hart abgeschlossen ist. Aus dem komplexen Druckverhältnis bestimmt sich das akustische Verhalten des Trommelfells aus einfachen Formeln bzw. aus dem $(\bar{w}, \bar{q}, a, \vartheta)$ -Diagramm.

Herrn Prof. Dr. E. Waetzmann bin ich für die Anregung zu der Arbeit und für seine wertvollen Ratschläge zu großem Dank verpflichtet. Den Herren, welche sich an den Messungen beteiligten, insbesondere den Herren cand. ing. H. Kalusche und Dipl.-Ing. A. Ueberschuß sei für ihre Mitarbeit herzlichst gedankt. Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, die mir ein Forschungstipendium gewährte, danke ich für ihre Unterstützung bestens.

Breslau, Physik. Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 11. April 1936)

Über die Energieverteilung rückdiffundierter Kathodenstrahlen¹⁾

Von Jakob Oskar Brand

(Mit 11 Figuren)

Einleitung

Wenn Kathodenstrahlen auf einen festen Körper treffen, so beobachtet man, daß von diesem rückwärts, also entgegengesetzt der Einfallrichtung, Elektronen ausgehen. Unter diesen rückwärtslaufenden Elektronen kann man drei Gruppen unterscheiden²⁾:

a) *Reflektierte Elektronen*, die nach erfolgtem elastischen Stoß an der Oberfläche den Körper mit der Einfallsgeschwindigkeit wieder verlassen. Diese Art von Elektronen tritt nach Lenard nur bei sehr kleinen Geschwindigkeiten auf.

b) *Sekundärelektronen*, d. h. solche, die durch Stoß aus dem getroffenen Körper ausgelöst werden. Die Geschwindigkeit dieser Elektronen ist sehr klein.

c) Elektronen, die in den Körper eindringen, durch mehrere kleine Ablenkungen eine allmähliche Änderung der Bahnrichtung erfahren und dabei zurückgelenkt werden, den Körper also auf der Einfallseite wieder verlassen. Diese Art von Elektronen bezeichnet man nach Lenard als *rückdiffundierte Elektronen*.

Aus älteren Untersuchungen über rückdiffundierte Kathodenstrahlen³⁾ ist bekannt, daß die Menge der rückdiffundierten Elektronen vom Metall und der Schichtdicke des Metalls abhängt, an dem die Rückdiffusion stattfindet. Die Menge nimmt mit dem Atomgewicht des Metalls zu, ebenso mit der Schichtdicke, erreicht aber hier bei einer bestimmten Dicke (Rückdiffusionsdicke) einen konstanten Wert. Die Geschwindigkeit der rückdiffundierten Elektronen ist kleiner als die Primärgeschwindigkeit und inhomogen, da die Elektronen längs ihres Weges Energieverluste, und zwar von wechselndem Betrage, erleiden.

1) Gekürzte Dissertation der Technischen Hochschule München.

2) P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten.

3) A. Becker, Ann. d. Phys. 17. S. 381. 1905; H. W. Schmidt, Ann. d. Phys. 23. S. 678. 1907 u. a.

Die *Geschwindigkeitsverteilung* rückdiffundierter Elektronen wurde bisher nur in einem Fall genauer untersucht (P. B. Wagner¹⁾, und zwar für einen festen Ablenkungswinkel $\varphi = 90^\circ$, bei einigen Metallen, verschiedenen Primärgeschwindigkeiten und jeweils an dünner und dicker Schicht.

Die vorliegende Arbeit hat zum Ziel, derartige Untersuchungen weiter auszudehnen, insbesondere die noch nicht gemessene Winkelabhängigkeit zu untersuchen und dabei auch die Abhängigkeit von Geschwindigkeit und Material näher zu erforschen.

I. Apparatur

1. Prinzip der Anordnung

Im Vakuum werden von einer Elektronenquelle rasche Elektronen ausgesandt und treffen auf ein Metall, im folgenden kurz als Anode *A* bezeichnet. Die von *A* ausgehenden rückdiffundierten Elektronen werden in einem homogenen Magnetfeld in bekannter Weise unter Anwendung des Fokussierungsprinzips nach Geschwindigkeiten geordnet. Bringt man an die Stelle der Einstellebene eine photographische Schicht, so kann man das Geschwindigkeitsspektrum der von *A* ausgehenden Elektronen aufnehmen.

2. Praktische Ausführung der Anordnung

a) Allgemeiner Aufbau

Die Anordnung ist in ihren wesentlichen Teilen in Fig. 1 im Horizontalschnitt gezeichnet. Sie besteht aus einem zylindrischen

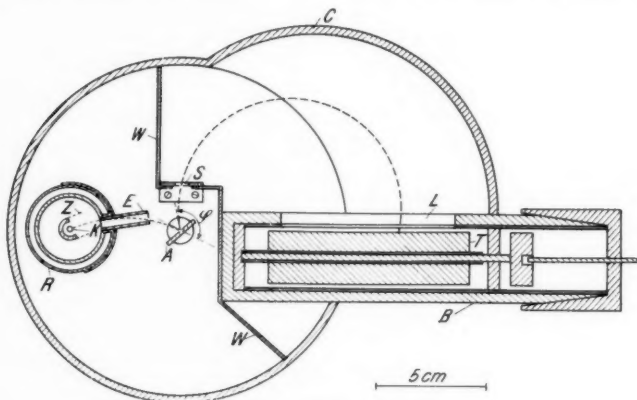


Fig. 1. Apparatur (Horizontalschnitt)

1) P. B. Wagner, Phys. Rev. 35. S. 98. 1930.

Topf von 15 cm Durchmesser und 9 cm Höhe mit einem Planschliff am oberen Rand, auf dem ein Deckel sitzt. In der Mitte ist die Anode *A* angeordnet, während die Kathodenstrahlröhre *R* exzentrisch durch den Deckel eingeführt ist. Durch Drehen des Deckels können also verschiedene Beobachtungswinkel eingestellt werden.

Die Durchmesser der Elektronenbahnen sind größer als der Halbmesser des Topfes. Um diesen nicht unnötig groß machen zu müssen, ist deshalb in der Mittelebene ein flacher Sektor *C* angesetzt (vgl. auch Fig. 2). Auf einer drehbaren Trommel *T* (Näheres weiter unten) befindet sich ein Film, auf dem das Geschwindigkeitsspektrum aufgenommen wird. Die ganze Anordnung befindet sich in einem homogenen Magnetfeld.

Einzelheiten des Aufbaues

Als Elektronenquelle dient eine Glühkathode *K* (mit Richtzylinder *Z* versehen), die in einer wassergekühlten Röhre *R* angeordnet ist und an dem einen Pol der Hochspannungsquelle liegt, während *R* geerdet ist. Die Röhre ist mittels eines Schliffes gegenüber dem Deckel der Anordnung drehbar. Ebenso kann der Glühdraht mit Hilfe eines weiteren Schliffes gegenüber *R* gedreht werden. Diese beiden Drehmöglichkeiten sind notwendig, um mit dem primären Elektronenstrahl die Anode treffen zu können; denn der Strahl läuft im Magnetfeld und ist daher kreisförmig gekrümmt. Die Anode *A* sitzt fest in einem Konus, der als Schliff im Mittelpunkt des Deckels angeordnet ist und wird in einem Glasrohr isoliert und vakuumdicht nach außen geführt.

Die von der Anode rückdiffundierten Elektronen werden durch den Spalt *S* ausgeblendet. *S* ist in der Höhe und Breite verstellbar. Der Raum hinter *S* ist durch ein Blech *W* von der Elektronenquelle abgeschirmt.

Als Photomaterial werden Filme verwendet, die um eine Trommel *T* gelegt werden. *T* ist in einem mit Längsschlitz *L* versehenen Rohr *B* gelagert und kann von außen her gedreht werden. Ein über das Ende von *B* passender konischer Schliff trägt nämlich einen exzentrisch sitzenden Stift, der in ein auf der Trommelachse befestigtes Ansatzstück greift. Man kann auf diese Weise jede Stelle des Films vor den Schlitz *L* und damit in den Strahlengang der Elektronen bringen und so mehrere Spektren (in der Regel neun) auf einen Film aufnehmen.

b) Hochspannungsquelle

Als Hochspannungsquelle diente ein Hochspannungstransformator, dessen Spannung mittels Glühventilen gleichgerichtet und durch einen Kondensator (Kapazität = 20000 cm) geglättet wurde. Die noch verbleibende Welligkeit wurde bei verschiedenen Belastungen der Anlage gemessen. Zu diesem Zweck wurden Röhre und Spalt so verschoben, daß auf dem Film das Geschwindigkeitsspektrum des primären Strahles entstehen mußte. Die Breite der sich dadurch ergebenden Linie ist ein Maß für die Spannungskonstanz, die sich bestimmte zu etwa ± 120 Volt pro 1 mA Belastung. Dies ent-

spricht bei einer der Anlage gewöhnlich entnommenen Elektronenemission von 5 mA und einer mittleren Spannung von 20 kV einer Konstanz der Spannung von $\pm 3\%$, was für den vorliegenden Fall als genügend klein angesehen werden kann.

Die Spannungsmessung erfolgte mit Hilfe eines elektrostatischen Voltmeters nach Starke-Schroeder.

c) Magnetfeld

Das Magnetfeld erzeugte ein um die Apparatur gelegtes Spulenpaar M in der Helmholtzschen Anordnung (vgl. Fig. 2), d. h. im

Abstand des mittleren Radius einer Spule. Es ergab sich bei einem Strom von 1 Amp. ein Magnetfeld von 54,5 Gauss. Das Feld wurde in der Mittelebene der Spulenordnung mit einer Probespule ballistisch ausgemessen und gefunden, daß es in dem Bereich der Elektronenbahnen bis auf 1,5% konstant ist.

Um nachzuprüfen, ob die Apparatur die Beziehungen für die magnetische Ablenkung der Elektronen erfüllt, wurde die Ablenkung des primären Kathodenstrahls bei verschiedenen Spannungen und verschiedenen starken Magnetfeldern untersucht. Die Stellung der Linien auf derartigen Aufnahmen stimmte gut mit der vorausgegangenen Berechnung überein, so daß ich mich davon überzeugen

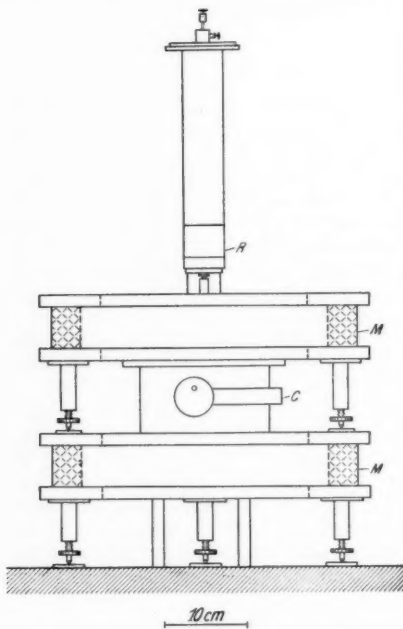


Fig. 2. Apparatur (Gesamtansicht)

konnte, daß die Apparatur in diesem Punkte einwandfrei arbeitet.

d) Vakuum

Die Apparatur wurde mittels einer mehrstufigen Quecksilberdiffusionspumpe evakuiert. Zwischen Pumpe und Apparatur war zur Zurückhaltung des Quecksilberdampfes eine mit flüssiger Luft gekühlte Ausfrieretasche eingeschaltet.

II. Durchführung der Messungen

1. Aufnahme

der Geschwindigkeitsspektren der rückdiffundierten Elektronen

a) Beseitigung von Störungen

Zunächst trat eine heftige Störung der Spektren durch elektrische Aufladung des Filmes ein, was sich besonders stark bei Aufnahme des Primärstrahls bemerkbar machte. Im letzteren Falle wurde deshalb die hohe Belastung der Anlage, bei der die Welligkeit der Hochspannung gemessen werden sollte, nicht durch hohe Glühemission, sondern durch Parallelschalten von Wasserwiderständen hervorgerufen. Bei den Spektren der rückdiffundierten Elektronen konnte die Störerscheinung durch Anwendung einer hinreichend kleinen Intensität beseitigt werden.

Die Spektren der rückdiffundierten Elektronen wurden auch noch durch vielerlei auffällige Störungen anderer Art überdeckt, doch konnten diese durch wiederholte Beobachtungen auf dem Fluoreszenzschirm und durch verschiedene Abänderungen in der Apparatur näher untersucht und schließlich ausgeschaltet werden. Es stellte sich heraus, daß eine sehr feine Ausblendung des direkten Strahles notwendig ist. Dies gelang durch Aufsetzen eines engen Kanals *E* an die Elektronenaustrittsöffnung der Röhre *R* (Fig. 1), der am Ende durch einen etwa $\frac{1}{10}$ mm breiten Spalt abgeschlossen ist. Auch der Spalt *S* wurde in der Höhe und Breite stark begrenzt (Höhe 3 mm, Breite 0,2 mm). Es mußte auch darauf gesehen werden, daß *K*, *E*, *S* und *L* sehr genau in einer Ebene liegen. Senkrecht zu dieser Ebene ist die Richtung des Magnetfelds, was durch Justierung des Spulenpaares (Fig. 2) erreicht werden konnte. Die Ebene der Elektronenbahnen fällt zusammen mit der Mittelebene des Spulenpaares.

Mit der starken Ausblendung mußte leider eine Vergrößerung der Belichtungszeit in Kauf genommen werden. Eine Erhöhung der Emission war wegen der damit verbundenen Verschlechterung der Spannungs Konstanz nicht möglich.

b) Durchführung der Messungen

Da schon die von der Kathode *K* ausgehenden Elektronen im Magnetfeld und damit auf einem Kreise laufen, dessen Radius durch die gerade eingestellten Werte von Spannung und Magnetfeld gegeben ist, muß dafür gesorgt werden, daß der direkte Elektronenstrahl auch tatsächlich auf die Mitte der Anode trifft. Zu diesem Zweck wurde vorübergehend als Anode ein schmales (1 mm breites) Blech eingesetzt und dieses über ein Galvanometer geerdet. Durch

Drehen der Röhre und des Glühdrahtes stellt man dann auf den Maximalwert des auf den Blechstreifen auftreffenden Stromes ein und erreicht damit die gewünschte Justierung des Elektronenstrahls. Die erzielten Ströme betrugen größenordnungsmäßig 10^{-7} bis 10^{-6} Amp.

Die primäre Wechselspannung für den Hochspannungstransformator lieferte ein Einankerumformer, der von der Institutsbatterie aus gespeist wurde. Der Strom der Magnetspulen (ebenfalls Batteriestrom) wurde mit einem Präzisionsamperemeter von Hartmann & Braun gemessen und stets konstant gehalten. Als Filmmaterial diente „Graphischer Film“ der Firma Perutz-München, der genügend feinkörnig ist und fast keine Schleierbildung besitzt. Die Belichtungszeit für eine Aufnahme betrug einige (1–6) Minuten.

Die Winkel φ wurden aus der Stellung des mit Gradskala versehenen Deckels gegenüber dem unteren Teil der Apparatur bestimmt, wobei berücksichtigt werden mußte, daß sowohl die auf A auftreffenden als auch die von A weglaufenden Elektronen sich auf Kreisbahnen bewegen, daß also für die Winkelmessung die Tangenten in den Bahnpunkten maßgebend sind.

2. Auswertung der Messungen

Die Spektren der rückdiffundierten Elektronen haben etwa ein Aussehen wie in Fig. 3.

Um Quantitatives über die Intensitätsverteilung in den Geschwindigkeitsspektren aussagen zu können, muß die Schwärzungsverteilung bestimmt werden. Zu diesem Zweck wurde jede Aufnahme mit dem Registrierphotometer des Institutes¹⁾ bei einer Übersetzung von 1:3 durchgemessen. Eine so erhaltene Photometerkurve zeigt Fig. 4.

Um jeden Punkt der Aufnahme seinem entsprechenden Punkt auf dem Photogramm zuordnen zu können, versah ich die in bestimmter Lage in die Apparatur eingelegten Filme nach dem Entwickeln mit einer Tuschemarke, die sich im Photogramm als Zacke bzw. Unterbrechung der Kurve äußert (vgl. Figg. 3 und 4, rechts).

Die Reproduzierbarkeit war sehr gut: Ich machte unter denselben Bedingungen 2 Aufnahmen. Zeitlich dazwischen ließ ich Luft in die Apparatur ein und evakuierte dann wieder. Die Photometerkurven der beiden Aufnahmen ließen sich vollkommen zur Deckung bringen.

Eine Photometerkurve liefert im allgemeinen eine willkürliche Verteilungskurve. Für die Auswertung der Messungen kommt es

1) H. Kulenkampff, Phys. Ztschr. **36**, S. 56. 1935.

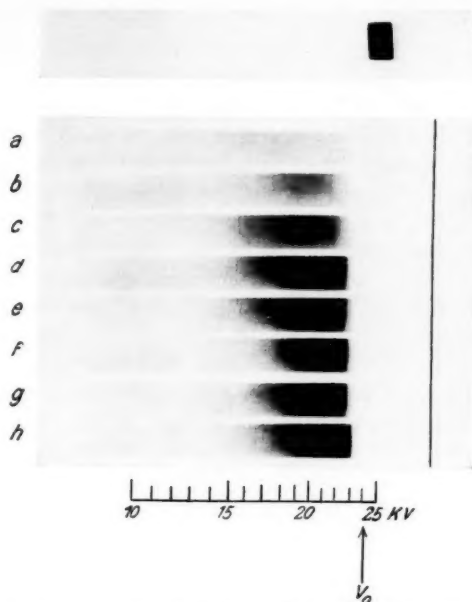


Fig. 3. Geschwindigkeitsspektren rückdiffundierter Elektronen bei $V_0 = 24$ kV, verschiedenen Anodenmaterialien und Ablenkungswinkeln φ :

	a	b	c	d	e	f	g	h
Anodenmaterial. . . .	Al	Al	Cu	Cu	Ag	Ag	Pt	Pt
Ablenkungswinkel φ .	164°	94°	164°	94°	164°	94°	164°	94°

Zur Übersicht ist oben das Geschwindigkeitsspektrum des direkten Elektronenstrahls, das denselben Aufnahmebedingungen entspricht, wiedergegeben.

Die zu Spektrum e gehörige Photometerkurve zeigt Fig. 4.

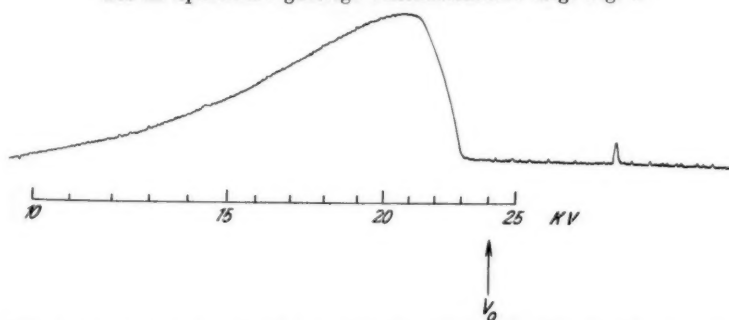


Fig. 4. Geschwindigkeitsverteilung rückdiffundierter Elektronen (Photometerkurve). $V_0 = 24$ kV; Anodenmaterial: Silber; $\varphi = 164^\circ$.
(Diese Kurve gehört zu Spektrum e in Fig. 3.)

auf die wahre Intensitätsverteilung im Geschwindigkeitsspektrum an, wobei man die Intensität entweder als auftreffende Energie oder als Anzahl der pro Zeiteinheit auftreffenden Elektronen definieren kann.

Man kann annehmen, daß in dem benutzten Geschwindigkeitsintervall die *Schwärzung* der photographischen Schicht proportional der auffallenden Energie ist. Die Schwärzungsverteilung liefert also direkt die wahre Energieverteilung. Diese ist in den folgenden Figuren und Tabellen allein dargestellt¹⁾.

Das verwendete Photometer hat nun die Eigenschaft, daß die Ausschläge bei nicht zu großen Schwärzungswerten diesen proportional sind. Bei meinen Aufnahmen konnte man die Photometerausschläge bis auf einen Faktor den Schwärzungen gleichsetzen, die den Wert von 0,8 nicht überstiegen. Daß die Kurvenform und insbesondere die Lage des Maximums im wesentlichen nicht von den photographischen Eigenschaften des Films abhängt, wurde dadurch gezeigt, daß bei Aufnahmen mit anderem Filmmaterial (Perutz-Feinkorn-Film und Perutz persenso-Film) und auch in anderen Schwärzungsbereichen dasselbe Ergebnis erzielt wurde.

III. Meßergebnisse

1. Vorbemerkung

Mit dem Winkel φ zwischen einfallenden und rückdiffundierten Elektronen ändert sich beim Drehen des Deckels der Apparatur auch der Winkel α (vgl. Fig. 5) zwischen dem Strahl und der Oberfläche der Anode. Damit entsteht die Frage, wie weit der Winkel α von Einfluß ist, bzw. wie sich ein etwaiger Einfluß ausschalten läßt, da andernfalls die Abhängigkeit von φ sehr unübersichtlich ist. Es wurde deshalb zunächst diese Frage näher untersucht.



Fig. 5.
Ablenkungswinkel φ
bei Rückdiffusion

2. Einfluß des Auftreffwinkels

Bei besonderen Messungen wurde φ konstant gehalten und nur α verändert. Dabei wurden Oberflächen verschiedener Beschaffenheit verwendet und zwar auf Hochglanz polierte und auch aufgerauhte, bei denen der Winkel α im kleinen undefiniert ist und deshalb ein geringer Einfluß zu erwarten war. Es zeigte sich, daß es nicht auf den Winkel α zwischen Anodenoberfläche und auftreffendem Strahl

1) Die Verteilungskurven für die Anzahl der Elektronen in den einzelnen Geschwindigkeitsbereichen lassen sich dann daraus leicht berechnen, indem man die Schwärzungswerte durch die jeweilige Spannung dividiert.

ankommt, sondern lediglich auf den Winkel φ zwischen der Richtung der auffallenden und rückdiffundierten Elektronen. Auch die Beschaffenheit der Oberfläche ist nicht von Belang. Anoden mit verschiedener Oberflächenbeschaffenheit lieferten dieselben Ergebnisse (auch bei verschiedenem Winkel α). Die Photometerkurven konnten zur Deckung gebracht werden.

Damit war die Variable α ausgeschaltet. Um auf alle Fälle stets gleiche Verhältnisse zu haben, wurde die Anodenoberfläche immer auf die Winkelhalbierende von φ eingestellt, so daß $\alpha = \frac{\varphi}{2}$ war.

3. Übersicht über die Ergebnisse

Als Anodenmaterialien wurden Bleche verwendet aus Aluminium (Dicke $d = 1,4$ mm), Kupfer ($d = 2,0$ mm), Silber ($d = 0,2$ mm) und

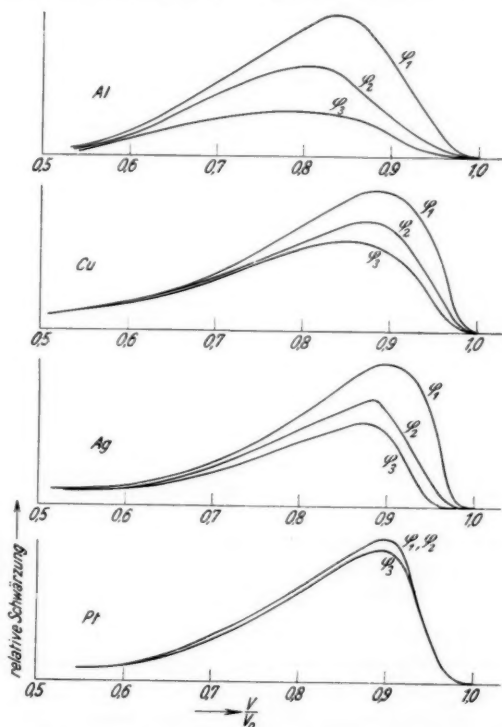


Fig. 6. Geschwindigkeitsverteilung der rückdiffundierten Elektronen in Abhängigkeit vom Ablenkungswinkel ($\varphi_1 = 94^\circ$; $\varphi_2 = 119^\circ$; $\varphi_3 = 164^\circ$) bei Al, Cu, Ag und Pt. $V_0 = 16$ kV

Platin ($d = 0,1$ mm). Die Dicken d liegen über der Rückdiffusionsdicke. Die Breite der Bleche war etwa 1 cm. Die Messungen wurden bei folgenden Winkeln φ durchgeführt: 94° , 104° , 119° , 134° , 149° , 164° .

In den Figg. 6—8 sind verschiedene, ausgewählte Kurven zusammengestellt. Diese wurden aus den Photometerkurven durch

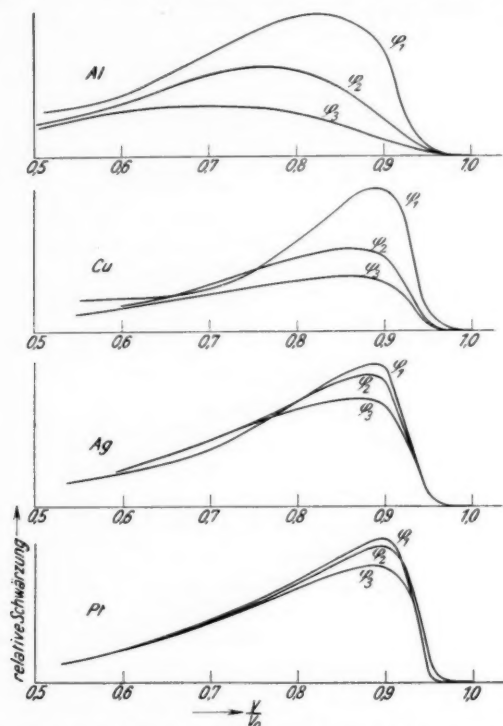


Fig. 7. Geschwindigkeitsverteilung der rückdiffundierten Elektronen in Abhängigkeit vom Ablenkungswinkel ($\varphi_1 = 94^\circ$; $\varphi_2 = 119^\circ$; $\varphi_3 = 164^\circ$) bei Al, Cu, Ag und Pt. $V_0 = 24$ kV

Umzeichnung derart gewonnen, daß die Spannungsskala in eine lineare Skala umgewandelt wurde. Die angegebenen Zahlen bedeuten Bruchteile V/V_0 der primär angelegten Spannung V_0 .

Um die Winkelabhängigkeit der Rückdiffusion bei den verschiedenen Metallen besser zeigen zu können, ist der Ordinatenmaßstab so gewählt, daß die Maxima der Kurven für $\varphi = 94^\circ$ sämtlich gleich groß sind. Es sind also relative Schwärzungen aufgetragen.

Untereinander maßstäblich vergleichbar sind immer die Kurven einer Schar. (Die Kurven für die Zwischenwerte der angegebenen Winkel fügen sich gut in die Schar ein, sind jedoch der Übersichtlichkeit halber weggelassen.)

Um nun auch einen Vergleich der Metalle untereinander zu geben, sind in den Figg. 9—11 die Ergebnisse von Aufnahmen

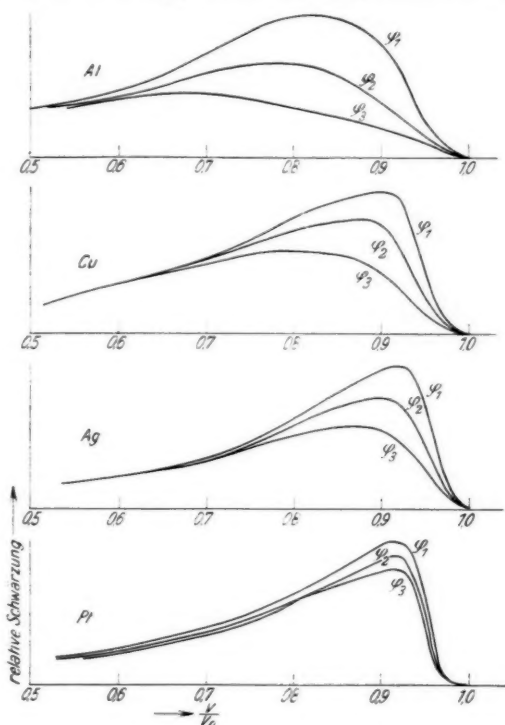


Fig. 8. Geschwindigkeitsverteilung der rückdiffundierten Elektronen in Abhängigkeit vom Ablenkungswinkel ($\varphi_1 = 94^\circ$; $\varphi_2 = 119^\circ$; $\varphi_3 = 164^\circ$) bei Al, Cu, Ag und Pt. $V_0 = 32 \text{ kV}$

zusammengestellt, die bei konstantem V_0 und φ , aber verschiedenem Anodenmaterial auf ein und denselben Film gemacht wurden.

Die Kurven zeigen, in großen Zügen betrachtet, sämtlich ein breites Geschwindigkeitsspektrum. Elektronen ohne Geschwindigkeitsverlust ($\frac{V}{V_0} = 1$) sind in keinem Fall vorhanden. Das Maximum

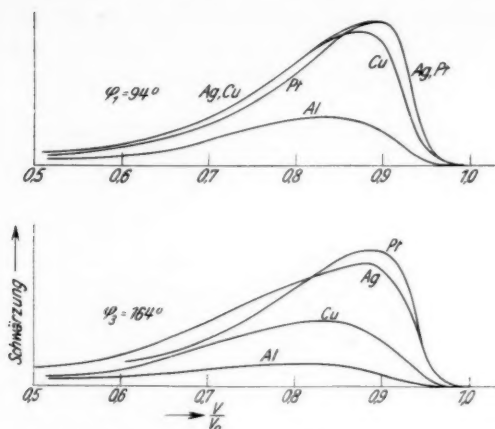


Fig. 9. Geschwindigkeitsverteilung der rückdiffundierten Elektronen in Abhängigkeit vom Anodenmaterial. $V_0 = 16 \text{ kV}$

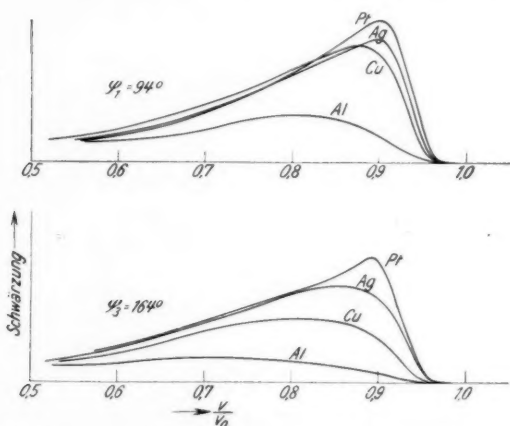


Fig. 10. Geschwindigkeitsverteilung der rückdiffundierten Elektronen in Abhängigkeit vom Anodenmaterial. $V_0 = 24 \text{ kV}$

liegt in der Gegend von 10—20% Energieverlust, jedoch sind auch noch Elektronen mit Energieverlusten von 50% und mehr merklich vorhanden.

4. Einzelheiten der Ergebnisse

Im einzelnen ist bezüglich der verschiedenen Abhängigkeiten folgendes hervorzuheben:

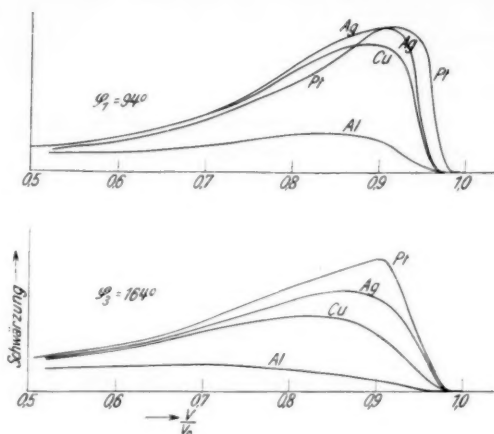


Fig. 11. Geschwindigkeitsverteilung der rückdiffundierten Elektronen in Abhängigkeit vom Anodenmaterial. $V_0 = 32 \text{ kV}$

a) Winkelabhängigkeit

Man sieht, daß mit steigendem Ablenkungswinkel die Geschwindigkeitsverteilungskurve der rückdiffundierten Elektronen flacher wird. Die Geschwindigkeit der rückdiffundierten Elektronen wird also mit zunehmendem Ablenkungswinkel inhomogener. Ferner verschiebt sich das Maximum nach kleinen Geschwindigkeitswerten. Schließlich erkennt man noch, daß die Gesamtmenge der rückdiffundierten Elektronen mit zunehmendem Winkel stark abnimmt.

b) Materialabhängigkeit

Die eben charakterisierte Winkelabhängigkeit ist beim leichten Aluminium am stärksten ausgeprägt, nimmt nach schwereren Elementen über Cu und Ag ab, so daß schließlich beim Pt die Kurven sich kaum noch unterscheiden.

Besonders anschaulich zeigen die Materialabhängigkeit die Fig. 9 bis 11. Es ist zu bemerken, daß sämtliche Kurven der Fig. 9 untereinander direkt vergleichbar sind, da sie von derselben Aufnahme stammen. Das gleiche gilt von den Kurven der Fig. 10 und jenen der Fig. 11.

Das Maximum in der Geschwindigkeitsverteilung wird nach den schwereren Elementen immer ausgeprägter und verschiebt sich zugleich nach größeren Geschwindigkeiten. Die Geschwindigkeits-

verteilung der rückdiffundierten Elektronen ist also beispielsweise beim Platin homogener als beim Aluminium. Der Geschwindigkeitswert, um den sich die meisten Elektronen gruppieren, ist beim Platin größer als beim Aluminium.

Außerdem ist zu beachten, daß die Menge der rückdiffundierten Elektronen beim leichten Aluminium gering ist und nach den schwereren Elementen zunimmt (in Übereinstimmung mit früheren Messungen). Aus den beigegebenen Kurven erkennt man auch, daß die beschriebene Materialabhängigkeit bei größeren Ablenkungswinkeln sich deutlicher zeigt. (Ob die Überschneidung der Kurven reell ist, ist unsicher.)

Um die Ergebnisse auch zahlenmäßig zusammenstellen zu können, muß eine Größe gesucht werden, die die Kurven kurz charakterisiert. Als solche Größe möge die Lage des Maximums gewählt werden. V_m sei die Spannung, bei der das Maximum liegt, V_0 die Beschleunigungsspannung der auf die Anode treffenden Elektronen. V_m/V_0 kennzeichnet also die Lage des Maximums im Geschwindigkeitsspektrum. In den Tabellen 1—4 füge ich einige auf dieser Grundlage beruhenden Zahlenwerte meiner Messungen bei.

Tabelle 1

Aluminium

φ	V_m/V_0 für $V_0 =$		
	16 kV	24 kV	32 kV
94°	0,84	0,81	0,83
104°	0,83	0,79	0,82
119°	0,81	0,76	0,79
134°	0,79	0,75	0,74
149°	0,78	0,72	0,69
164°	0,80	0,72	0,66

Tabelle 2

Kupfer

φ	V_m/V_0 für $V_0 =$		
	16 kV	24 kV	32 kV
94°	0,88	0,89	0,90
104°	0,89	0,88	0,88
119°	0,87	0,87	0,87
134°	0,87	0,83	0,84
149°	0,84	0,81	0,83
164°	0,84	0,81	0,81

Tabelle 3

Silber

φ	V_m/V_0 für $V_0 =$		
	16 kV	24 kV	32 kV
94°	0,90	0,89	0,92
104°	0,89	0,89	0,92
119°	0,88	0,89	0,90
134°	0,89	0,88	0,89
149°	0,89	0,87	0,87
164°	0,88	0,87	0,86

Tabelle 4

Platin

φ	V_m/V_0 für $V_0 =$		
	16 kV	24 kV	32 kV
94°	0,90	0,90	0,92
104°	0,90	0,90	0,92
119°	0,90	0,90	0,92
134°	0,90	0,89	0,92
149°	0,90	0,89	0,92
164°	0,90	0,90	0,91

c) Spannungsabhängigkeit

Die besprochene Winkel- und Materialabhängigkeit tritt, wie die Figuren zeigen, bei allen angewandten Spannungen auf.

Aus den Tabellen, besonders aus den Zahlen für leichte Elemente ist ersichtlich, daß sich mit zunehmender Spannung V_0 die Lage des Maximums nach kleineren Werten V_m/V_0 verschiebt. Abweichungen hiervon, insbesondere bei schweren Elementen, liegen wahrscheinlich schon innerhalb der Fehlergrenze.

IV. Diskussion der Meßergebnisse

Nach den bereits eingangs kurz beschriebenen Vorstellungen über die Rückdiffusion handelt es sich dabei nicht um plötzliche große, sondern um sehr viele kleine Ablenkungen der Elektronen. Eine Gesamtablenkung um einen Winkel φ erfordert also eine bestimmte Länge L der Elektronenbahn im Inneren des Mediums und es kommt für die Energie der rückdiffundierenden Elektronen auf den Energieverlust auf dieser Strecke L an.

Im einzelnen werden nun, für einen bestimmten Ablenkungswinkel φ , sowohl die Bahnlängen L als auch der Energieverlust pro Längeneinheit der Bahn statistischen Schwankungen unterworfen sein, d. h. die rückdiffundierenden Elektronen haben inhomogene Geschwindigkeit. Für größere Winkel φ wird auch die zur Ablenkung erforderliche Bahnlänge größer sein, der mittlere Energieverlust wächst also. Da der Energieverlust pro Längeneinheit nach dem Thomson-Whiddingtonschen Gesetz näherungsweise umgekehrt proportional der Energie ist, ist es verständlich, daß mit wachsendem φ gleichzeitig die Inhomogenität zunimmt.

Die Größe des Energieverlustes hängt ab vom Verhältnis (mittlere Ablenkung : Energieverlust) bei bestimmter Schichtdicke. Die beobachtete Abhängigkeit besagt, daß dies Verhältnis nicht konstant ist, sondern daß in Schichten, die gleichen Energieverlust bewirken, die mittlere Ablenkung für schwere Elemente größer ist. Die Ergebnisse zeigen, daß beim schwersten der untersuchten Elemente (Pt) schon nach sehr geringer Wegstrecke, also kleinem Energieverlust, die Diffusion so vollständig ist, daß die Winkelabhängigkeit nahezu verschwindet¹⁾. In gleichem Sinne, wenn auch

1) Bei leichten Elementen tritt eine weitgehende Diffusion überhaupt nicht ein, da bis zu den erforderlichen Weglängen die Energie bereits vollständig aufgezehrt wäre, wie im besonderen aus Nebelkammer-Untersuchungen der Elektronenbahnen in Luft von I. Günther (Ann. d. Phys. [5] **24**, S. 377. 1935) hervorgeht.

erheblich weniger ausgeprägt, wirkt auch eine Erhöhung der Geschwindigkeit, d. h. bei schnellen Elektronen tritt auch bei leichten Elementen die Diffusion gegenüber dem Energieverlust stärker hervor.

Zusammenfassung

Es wurde die Geschwindigkeitsverteilung rückdiffundierter Kathodenstrahlen (Primärgeschwindigkeit 16, 24 und 32 kV) an verschiedenen Metallen (Al, Cu, Ag und Pt, Schichtdicke oberhalb der Rückdiffusionsdicke) unter verschiedenen Ablenkungswinkeln ($\varphi = 94-164^\circ$) untersucht. Die Geschwindigkeitsspektren wurden durch magnetische Ablenkung hergestellt und photographisch aufgenommen. Es ergab sich ein breites Geschwindigkeitsspektrum mit einem Maximum bei 10—20% Energieverlust. Bei leichten Elementen wird mit wachsendem Ablenkungswinkel das Spektrum breiter, das Maximum rückt nach größeren Energieverlusten. Bei schwereren Elementen ist diese Winkelabhängigkeit weniger ausgeprägt, bei Pt nicht mehr merklich vorhanden. Die Ergebnisse werden im Hinblick auf das Zusammenwirken von Diffusion und Energieverlust diskutiert.

Vorstehende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule München ausgeführt. Dem Vorstand des Instituts, Herrn Geheimrat Prof. Dr. J. Zenneck danke ich bestens für die Bereitstellung der Institutsmittel. Herrn Prof. Dr. H. Kulenkampff spreche ich für die Anregung zu dieser Arbeit, sein stetes, förderndes Interesse und seine wertvolle Beratung auch an dieser Stelle meinen innigsten Dank aus.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule,
im Januar 1936.

(Eingegangen 25. März 1936)

**Biegungsschwingungen
bei magnetostraktiv erregten Kreisplatten
Von Bohuslav Pavlík**

(Mit 1 Figur)

Es ist bekannt, daß ein Stab oder Draht aus Eisen unter der Einwirkung eines longitudinalen Magnetfeldes von der Feldstärke abhängige Längenänderungen erfährt. Diese Erscheinung (Magnetostriktion) nach dem Entdecker Joule (1847) der „Jouleeffekt“ genannt, wurde in neuer Zeit von G. W. Pierce (1) zur Sendersteuerung benutzt. Die erste Theorie des Jouleeffektes stammt von G. Kirchhoff (2). Es ist mir gelungen, eine Platte aus magnetostraktivem Material unter der Einwirkung eines zur Plattenebene senkrechten Magnetfeldes in Biegungsschwingungen zu versetzen.

In der vorliegenden Arbeit werden die Biegungsschwingungen von magnetostraktiv erregten Kreisplatten aus rostfreiem Stahl mittels Staubfiguren untersucht. Schon Chladni (3), A. Elsas (4) u. m. a. versuchten in ihren Arbeiten den Zusammenhang der Klangfiguren und der zugehörigen Tönhöhen zu finden. Von Kirchhoff (5) ist die Theorie der Biegungsschwingungen der freischwingenden Kreisplatten entwickelt worden. Neuerzeit hat V. Petržílka (6) auf einer Turmalinplatte die Biegungsschwingungen und die zugehörigen Staubfiguren piezoelektrisch erregt. Dabei ordnet er die Staubfiguren nach der Zahl der Knotenkreise bzw. der Knotendurchmesser; nach dieser Art der Zusammenstellung der Figuren sind selbstverständlich nicht alle Frequenzen innerhalb des angegebenen Bereiches erschöpft.

Experimentelle Anordnung

Die Kreisplatte aus rostfreiem Stahl, frei auf einer glatten, ebenen Glasplatte liegend, befand sich in einem zur Plattenebene senkrechten Magnetfelde einer Zylinderspule (Spulendurchmesser = 1,8 cm), die als Schwingspule eines Hochfrequenzsenders diente. Infolgedessen wurde die transversale Magnetisierung der Platte im Rhythmus der Hochfrequenzschwingungen geändert; dadurch sind Verschiebungen senkrecht zur Mittelebene der undeformierten Platte entstanden. Für die Erregung der Platte sind im Resonanzfall nur geringe Kräfte erforderlich. Da das magnetische Wechselfeld der Spule im Bereiche der Stahlplatte nicht homogen war, gelang es mir

im Resonanzfall die Kreisplatte in Biegungsschwingungen zu versetzen. Unter solcher experimentellen Anordnung würde die Platte wegen der großen Leitfähigkeit des Stahles sehr bald erhitzt werden. Diese Schwierigkeit besteht z. B. bei den Turmalinplatten durchaus nicht. Um die Temperatur der Platte ungefähr konstant zu halten, wurde sie mit Alkohol begossen. Die Staubfiguren wurden im Augenblicke, wenn die letzten Spuren des Alkohols unter der Platte verdampft sind, ausgebildet.

Die Biegungsschwingungen wurden bei zwei Platten aus rost-freiem Stahl von den Abmessungen

$$\begin{array}{l} \text{I. } R = 0,6331 \text{ cm, } D = 0,1039 \text{ cm} \\ \text{II. } R = 0,6317 \text{ „ „, } D = 0,0558 \text{ „ „} \end{array} \left\{ \rho = 7,7258 \text{ g/cm}^3 \right.$$

untersucht.

Bei der Arbeit zeigte es sich, daß bei der Platte I alle Kombinationen der Knotendurchmesser und Knotenkreise, wie aus der Kirchhoffschen Theorie hervorgeht, zu relativ höheren Frequenzen verfolgt werden können als bei der Platte II. Auch wenn die Platte dicker war als 1 mm, bildeten sich die Staubfiguren sehr schlecht aus. Bei der Platte I konnte man wegen der großen Erwärmung die Staubfiguren nur bis zu 754 kHz verfolgen.

Beobachtungsergebnisse

In der folgenden Tab. 1 und Fig. 1 sind die Staubfiguren und die zugehörigen beobachteten Frequenzen enthalten; des Vergleichs halber wurden auch die Resultate einiger anderen Forscher hinzugefügt.

Benutzt man die von G. Kirchhoff angegebene Formel für die Grundfrequenz einer freischwingenden Kreisplatte, d. i. für diejenige Frequenz, bei der ein Knotendurchmesserkreuz entsteht [vgl. auch Schulze (7)]

$$f = 0,261 \frac{D}{R^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{für } \sigma = 0,25$$

(D = Dicke und R = Radius der Platte), so bekommt man für E

$$E = 19,08 \cdot 10^{11} \text{ Dyn/cm}^2.$$

Nach der Kirchhoffschen Theorie soll das Verhältnis der Frequenzen bei Kreisplatten von demselben Radius und bei derselben Staubfigur dem Verhältnis der Dicken der zugehörigen Platten gleich sein. In unserem Falle ist

$$\frac{D_{\text{II}}}{D_{\text{I}}} = 0,537.$$

Tabelle 1

Nr. des Bildes	Staub- figur ¹⁾	Frequenz bei der Platte I		Frequenz bei der Platte II in kHz	f_{II}/f_I	Relative Tonhöhe		
		in kHz	relativ			von Chladni beob. ²⁾	bei der Tur- malin- platte ³⁾	(theore- tisch) nach Kirchhoff für $\sigma = 0,25$ ⁴⁾
1	0/2	33,62	1	—	—	1	1	1,00
2	1/0	57,8	1,72	31,42	0,543	1,58	1,73	1,6131
3	0/3	78,1	2,32	42,45	0,543	2,25	2,27	2,3124
4	1/1	127	3,77	69,6	0,548	3,6	3,71	3,7032
5	0/4	131	3,89	72,1	0,55	4,00	3,84	4,0485
6	0/5	194	5,76	107	0,552	6,00–6,25	5,67	6,1982
7	1/2	203	6,03	116	0,571	6,00	6,03	6,4033
8	2/0	221	6,57	140	0,633	6,4	6,58	6,9559
9	0/6	261	7,75	151	0,578	8,30	7,68	—
10	1/3	291	8,65	172	0,592	9,00–9,40	8,63	9,6445
11	2/1	322	9,57	196	0,608	10,0–10,2	9,66	10,8383
12	0/7	329	9,78	207	0,628	11,20	9,87	—
13	1/4	372	11,06	234	0,629	12,50	11,32	13,3937
14	0/8	408	12,13	255	0,625	14,40	—	—
15	2/2	429	12,76	267	0,623	14,40	12,80	15,3052
16	3/0	450	13,38	286	0,635	14,4–15,0	13,22	15,9031
17	1/5	472	14,02	300	0,636	16,80	14,17	17,6304
18	0/9	491	14,59	—	—	—	—	—
19	2/3	532	15,82	343	0,644	19,00	16,03	20,3249
20	3/1	560	16,65	360	0,643	20,0–20,5	16,82	—
21	0/10	573	17,02	—	—	—	—	—
22	1/6	580	17,24	365	0,628	20,0–21,3	16,95	—
23	2/4	642	19,08	422	0,656	24,00	19,16	—
24	1/7	685	20,35	444	0,648	24,00	19,92	—
25	3/2	693	20,6	453	0,653	25,0–26,6	20,42	—
26	4/0	707	21	—	—	26,66	20,82	—
27	2/5	743	22,08	—	—	28,8–30,0	22,42	—
28	1/8	754	22,42	—	—	—	—	—

Bei niedrigeren Frequenzen ist dies ziemlich gut erfüllt. Bei der „Platte“ der Abmessungen

$$R_{III} = 0,6337 \text{ cm}, \quad D_{III} = 0,4515 \text{ cm}$$

lag die Grundfrequenz bei $f_{III} = 149 \text{ kHz}$. Das Verhältnis der zugehörigen Dicken war

$$\frac{D_{III}}{D_I} = 4,35$$

und der Frequenzen

$$\frac{f_{III}}{f_I} = 4,43.$$

1) Die Ziffer im Zähler gibt die Zahl der Knotenkreise, die im Nenner die der Knotendurchmesser an.

2) A. Elsas, a. a. O. S. 480.

3) Nach der zitierten Arbeit von V. Petržílka (teilweise nach den dort enthaltenen Angaben von mir ergänzt).

4) G. Kirchhoff, Gesammelte Werke a. a. O.

Auch die Radien der Knotenkreise wurden schon von Kirchhoff, Schulze u. a. mit den theoretischen Werten von Kirchhoff verglichen. Dabei wählt man den Plattenradius gleich 1. Auch

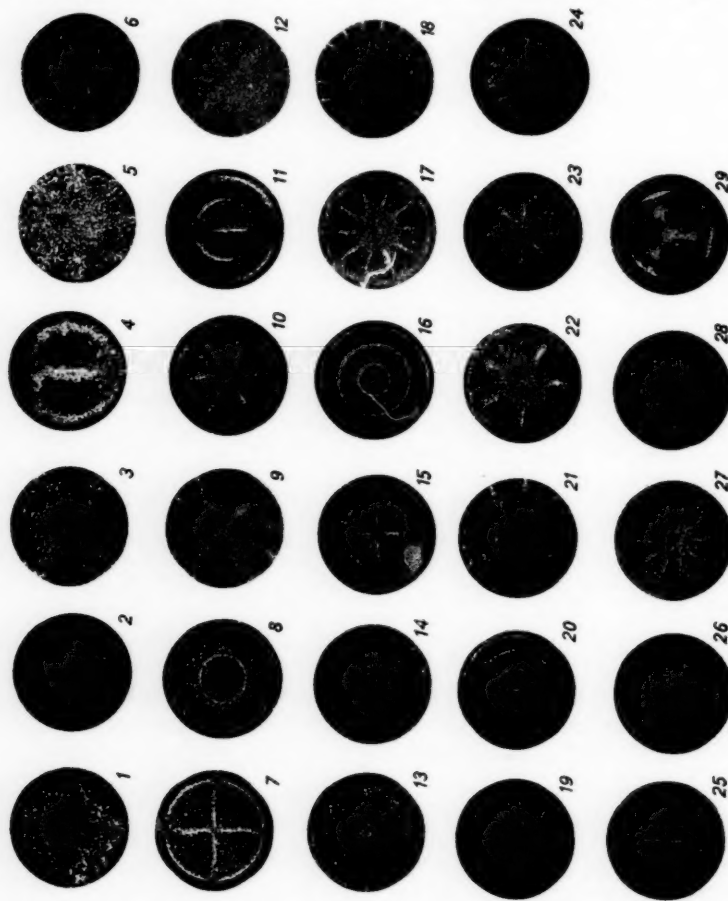


Fig. 1. Staubbildungen bei den magnetostruktiv erregten Kreisplatten (1—28 Biegungsschwingungen, 29 Torsionsschwingung)

bei den magnetostruktiv erregten Kreisplatten zeigte sich eine gute Übereinstimmung mit den Kirchhoffschen Zahlen, wie man aus der folgenden Tab. 2 sehen kann.

Obwohl (nach V. Petržílka, a. a. O.) der Vergleich der Schwingung mit einem Knotenkreis bei Turmalinplatte nicht möglich war, stellte sich diese Staubbildung bei der magnetostruktiv erregten Kreisplatte sehr schön ein. Auch die Grundfrequenz, bei der ein Knotendurch-

Tabelle 2

Staubfigur	Radius		Staubfigur	Radius	
	theoretisch	gemessen		theoretisch	gemessen
1/0	0,680	0,70	1/4	0,860	—
1/1	0,781	0,77	2/2	0,560	0,57
				0,887	0,88
1/2	0,821	0,81	3/0	0,256	0,26
				0,591	0,59
2/0	0,391	0,38		0,893	0,89
	0,842	0,87	1/5	0,872	0,88
1/3	0,845	0,84	2/3	0,603	0,62
				0,898	0,88
2/1	0,498	0,50			
	0,870	0,88			

messerkreuz entstehen sollte, ließ sich bei der Turmalinplatte nach V. Petržilka schwer erregen (das Lichtbild dieser Staubfigur fehlt). Bei der magnetostruktiv erregten Platte konnte man die Platte in tieferen Frequenzen ganz bequem erregen; bei den höheren Frequenzen war es etwas schwerer. Von der Frequenz 560 kHz ab konnte man die Bilder nur sehr schwer erzeugen, denn die Knotendurchmesser begannen von selbst zu rotieren. Diese Erscheinung wurde von Lord Rayleigh(8) erwähnt.

Als Nebenergebnis meiner Versuche möchte ich anführen, daß bei der Kreisplatte II auch die Torsionsschwingung beobachtet wurde (Staubfigur 29 in Fig. 1). Schon G. Wiedemann(9) konnte zeigen, daß die gedrillten Eisendrähte sich bei der longitudinalen Magnetisierung detordieren (Wiedemanneffekt). Aus der Entstehung der Staubfigur 29 bei 388 kHz ist ersichtlich, daß es bei der Magnetostruktion auch eine Schubkomponente gibt. Die Frequenz der Torsionsschwingung, die mit Lovescher Längsschwingung, bei der die elastischen Verschiebungen senkrecht zum Radius erfolgen, identisch ist, wurde von V. Petržilka(10) durch die Formel

$$f_n = \frac{x_n}{2\pi R} \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}}$$

ausgedrückt, wobei x_n die Wurzel der Gleichung

$$J_0(k_n R) - 2 \frac{J_1(k_n R)}{k_n R} = 0$$

sind. Für die Wurzel $x = 5,136$ und $E = 19,08 \cdot 10^{11}$ Dyn/cm² bekommt man theoretisch

$$f = 406,7 \text{ kHz.}$$

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden Biegungsschwingungen von magnetostriktiv erregten Kreisplatten mit allen Knotenlinien, die aus der Kirchhoffschen Theorie folgen, untersucht, aber wegen der Erwärmung der Platte nur bis zu einer gewissen Frequenz. Es wurde eine gute Übereinstimmung mit der Theorie als auch mit älteren Arbeiten, bei welchen die Platten anders erregt wurden, festgestellt. Eine Staubfigur mit 11 Durchmessern, die in der Umgebung des Bildes 23, und eine mit 12 Durchmessern, die in der Umgebung des Bildes 26 liegen sollte, konnte nicht festgestellt werden. Sonst ist aber die obige Tabelle der Frequenzen bis zu der höchsten vollständig.

Herrn Prof. August Žáček bin ich für die Überlassung der experimentellen Hilfsmittel und der Firma Poldi-Hütte in Praha (-Kladno) für freundliche Überlassung des rostfreien Stahles zu großem Danke verpflichtet.

Literatur

- 1) G. W. Pierce, Proc. Inst. Radio Eng. **17**. S. 42. 1929.
- 2) G. Kirchhoff, Wied. Ann. **24**. S. 52. 1885; **25**. S. 601. 1885.
- 3) E. F. Chladni, Akustik. Leipzig, 1830, Breitkopf & Härtel.
- 4) A. Elsas, Wied. Ann. **19**. S. 474. 1883.
- 5) G. Kirchhoff, Gesammelte Werke, S. 237 u. 279.
- 6) V. Petržílka, Ann. d. Phys. [5] **15**. S. 895. 1932.
- 7) F. A. Schulze, Ann. d. Phys. [4] **24**. S. 799. 1907.
- 8) Lord Rayleigh, Theory of Sound.
- 9) G. Wiedemann, Die Lehre von Elektrizität, Bd. III, S. 683ff.
- 10) V. Petržílka, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Bd. 65. S. 110. 1936.

Praha, II. Abt. des Physikalischen Instituts der Karlsuniversität.

(Eingegangen 2. April 1936)

Über das primäre und sekundäre Bild im Elektronenmikroskop

1. Eingriffe in das Beugungsbild und ihr Einfluß auf die Abbildung¹⁾

Von H. Boersch

(Aus dem Forschungsinstitut der AEG)

(Mit 11 Figuren)

Inhalt: 1. Methode der Untersuchung. — 2. Experimentelle Anordnung. — 3. Einfluß der verschiedenen Streumöglichkeiten auf die Abbildung. — 4. Zentrale Hellfeldbeleuchtung bei verschiedener Apertur. — 5. Zentrale und schiefe Dunkelfeldbeleuchtung bei verschiedener Apertur. — 6. Zusammenfassung.

1. Die Methode der Untersuchung

In der Abbeschen Theorie der Bildentstehung im Mikroskop²⁾ unterscheidet man zwei Bilder: das primäre Bild oder die Beugungsfigur S_K in der Bildebene der Lichtquelle und das sekundäre Bild

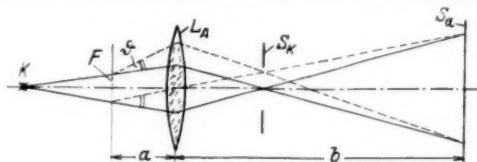


Fig. 1

oder das Bild S_A des Gegenstandes (Fig. 1). Beide Bilder kann man auch im Elektronenmikroskop beobachten³⁾, und zwar entspricht bei der Durchstrahlung von dünnen Folien mit schnellen Elektronen dem primären Bild das bekannte Elektronenbeugungsdiagramm, dem sekundären die elektronenoptische Abbildung der Folie.

Abbe hat gezeigt, daß die Ähnlichkeit von Bild und Gegenstand von der Art der Begrenzung des primären Bildes abhängig ist. Durch verschiedene Ausblendungen im primären Bild entstehen verschiedene, dem Objekt und untereinander unähnliche Abbildungen.

1) Auszugsweise vorgetragen auf der Hamburger Tagung des Gauvereins der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 9. Februar 1936.

2) Vgl. z. B. O. Lummer und F. Reiche. Die Lehre von der Bildentstehung im Mikroskop von Ernst Abbe, Braunschweig 1910.

3) B. v. Borries u. E. Ruska, Ztschr. f. Phys. **83**. S. 187. 1933.

Die Prüfung der Abhängigkeit des sekundären Bildes vom primären erfolgt beim Lichtmikroskop in der Weise, daß man einzelne oder mehrere Interferenzmaxima eines Gitters ausblendet und beobachtet, wie sich die Abbildung des Gitters ändert. In der Elektronenoptik ist dieser Weg noch nicht gangbar, da entweder selbst bei den feinsten optischen Gittern das Beugungsbild wegen der kleinen Wellenlänge zu klein wird, um kontrollierbare Eingriffe vornehmen zu können, oder weil beim Kristallgitter die bisher erreichte Vergrößerung nicht genügt, um einzelne Gitterpunkte zu trennen¹⁾.

Trotzdem sind auch bei dem Elektronenmikroskop Eingriffe in das primäre Bild möglich, bei denen das Bild des Gegenstandes geändert wird. Diese Eingriffe, auf die wir sogleich näher eingehen werden, erzeugen zwar keine Änderung der Abbildung einzelner Streuzentren (z. B. der Gitterpunkte beim Kristallgitter), sondern nur eine Änderung der Abbildung ganzer Komplexe dieser Streuzentren (in diesem Fall verschiedener gegeneinander geneigter Raumgitter). Sie berechtigen zu Aussagen über den Einfluß der verschiedenen Streumöglichkeiten auf die Bildentstehung im Elektronenmikroskop.

Die Methode selbst wollen wir an Hand des entsprechenden lichtoptischen Versuches darlegen. Zwei nebeneinander auf einer Glasplatte angebrachte Strichgitter, deren Gitterstriche zueinander senkrecht stehen, werden im Lichtmikroskop bei geringer Vergrößerung und hoher Apertur als zwei gleich helle, scharf abgegrenzte Flecken ohne Struktur erscheinen. Das primäre Bild der beiden Gitter besteht aus zwei Beugungssystemen, die infolge der Lage der Gitter um 90° gegeneinander gedreht sind. Durch eine geeignete Blende kann man vorwiegend Teile aus dem Beugungsbild des einen Gitters wegblenden. Diese Ausblendung im primären Bild wird sich durch verschiedene Helligkeit der beiden Flecken im sekundären Bild bemerkbar machen²⁾. Durch Drehen der Blende um 90° wird ein Wechsel der Helligkeit der beiden Bilder erfolgen. Wir besitzen damit die Möglichkeit, im sekundären Bild den Einfluß einer Einwirkung auf das primäre Bild nachzuweisen, obwohl die Vergrößerung so klein ist, daß noch keine Auflösung der Gitterstriche erfolgt.

Dieses Verfahren, bei dem wir nur eine geringe Vergrößerung und sehr kleine Gitterabstände benötigen, wie wir sie in den Kristallgittern vorfinden, ist direkt für die elektronenmikroskopische Unter-

1) Zur Anwendung der Abbeschen Aperturbeziehung auf das Auflösungsvermögen des Elektronenmikroskops. Vgl. W. Henneberg, *Ztschr. Instrumentenkunde* **55**, S. 300, 1935.

2) Wegen der geringen Vergrößerung wird die Änderung der „Gitterstruktur“ nicht beobachtet.

suchung anwendbar. Zur praktischen Durchführung wollen wir eine dünne Metallfolie benutzen. Sie besteht aus vielen Kristallen, deren Achsen gegeneinander geneigt sind, und von denen jeder ein Raumgitter darstellt. Ihre Gitterperiode ist so klein, daß das Beugungsbild bei der verwendeten Wellenlänge genügend ausgedehnt ist, um bequem Ausblendungen vornehmen zu können. Die Kristalle bzw. die Gitterbezirke sind groß genug, um sie im Elektronenmikroskop auch bei schwacher Vergrößerung (10—20fach) beobachten zu können.

Jeder einzelne Kristall der bestrahlten Folie liefert durch Braggsche Reflexion an den Netzebenen ein Punktdiagramm. Die Überlagerung der Punktdiagramme der gegeneinander geneigten Kristalle ergibt die Debye-Scherrer-Ringe. Indem man im primären Bild Blenden so anbringt, daß nur ein bestimmtes Punktsystem aus den Beugungsringen durchgelassen wird, bevorzugt man bestimmte Kristalllagen. Kristalle dieser Lagen werden im Bilde als helle abgegrenzte Flächen erscheinen.

Durch verschiedene Ausblendungen im primären Bild besitzen wir damit die Möglichkeit, den Einfluß der Streuung an verschieden orientierten Kristallen auf die Abbildung zu untersuchen, und können so die Kristallstruktur einer Folie erkennen. Ferner ist es möglich, den Anteil der kohärent gestreuten Elektronen an der Abbildung gegenüber den inkohärent gestreuten Elektronen zu verändern und auf diese Weise den Einfluß der beiden Streumöglichkeiten zu berücksichtigen.

Bei der vorstehenden Entwicklung der Methode haben wir stillschweigend angenommen, daß die Breite eines Interferenzmaximums allein eine genügend scharfe Abbildung der Grenzen des betreffenden Gitterbezirks erlaubt, und daß der Übergang vom Strichgitter zum Raumgitter des Kristalls ohne weiteres möglich ist. In dieser Richtung wollen wir unsere Betrachtung ergänzen.

Für ein eindimensionales Gitter hat Wolfke¹⁾ untersucht, wie das sekundäre Bild beeinflußt wird, wenn man die Abbildung nur mit einzelnen Interferenzmaxima vornimmt. Falls nur ein Hauptmaximum im primären Beugungsbild bei der Bilderzeugung mitwirkt und alle andern Haupt- und Nebenmaxima abgeblendet sind, so ist das sekundäre Bild des Gitters eine etwas verbreiterte Fläche, deren Helligkeit von der Mitte nach den Rändern dauernd abnimmt. Die wellenkinematisch bedingte Breite eines Interferenzmaximums reicht also aus, die Grenzen des Gitters d. h. seine „makroskopische“ Form zu erkennen. Der Einfluß hinzugefügter benachbarter Nebenmaxima besteht darin, daß der Abfall der Intensität an den Rändern des Gitterbildes steiler wird als bei alleiniger Wirksamkeit eines Hauptmaximums.

1) M. Wolfke, Diss. Breslau 1910 u. Ann. d. Phys. **34**, S. 277. 1910.

Dieses Resultat ist direkt auf das zweidimensionale (Kreuz-) Gitter übertragbar, da die Breite des Interferenzpunktes in der betreffenden Richtung nur von der Anzahl der ihn erzeugenden Gitterstriche abhängt, wie sich aus der Interferenzfunktion ergibt. Auch hier genügt also die Breite eines Interferenzmaximums, um eine Abbildung der Gittergrenzen zu ermöglichen.

Auf das dreidimensionale Gitter, wie es die Kristalle darstellen, wenden wir die Interferenzfunktion von Laue¹⁾ an,

$$J = \frac{\Phi^3}{R^2} \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3,$$

wobei

$$A_i = \frac{\sin^2 \frac{N_i \pi}{\lambda} (\bar{s} - \bar{s}_0, a_i)}{\sin^2 \frac{\pi}{\lambda} (\bar{s} - \bar{s}_0, a_i)}.$$

Wenn wir zunächst den Faktor A_3 konstant halten, so beschreibt die Interferenzfunktion die Beugung an einem zweidimensionalen Gitter, dessen Grenzen, wie wir gesehen haben, mittels der Breite eines Interferenzmaximums abgebildet werden können.

Die Berechtigung, den Faktor A_3 in der Umgebung eines Interferenzmaximums als genügend konstant anzusehen, finden wir bei dem Vergleich der Breite des Hauptmaximums des Faktors A_3 und der der Faktoren A_1 und A_2 .

Für diese Untersuchung, bei der wir uns auf kubische Kristalle beschränken, wollen wir die Lage der Koordinatenachsen folgendermaßen fixieren: wir legen die Achse a_3 (Fig. 2) in den Schnitt der reflektierenden Netzebene mit der Ebene, die durch den ein- und ausfallenden Strahl \bar{s}_0 bzw. \bar{s} gebildet wird; die Achse a_1 senkrecht zu der reflektierenden Netzebene und die Achse a_2 senkrecht zu den Achsen a_1 und a_3 ²⁾. Aus den Argumenten des Zählers der Interferenzfunktion erhalten wir dann folgende Gleichungen für die Lage der den Hauptmaxima benachbarten Nullstellen:

$$N_1 a_1 [\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) - \cos \alpha_0] = \lambda,$$

$$N_2 a_2 [\cos(\beta_0 + \Delta\beta) - \cos \beta_0] = \lambda,$$

$$N_3 a_3 [\cos(\gamma_0 + \Delta\gamma) - \cos \gamma_0] = \lambda.$$

1) Vgl. z. B. M. v. Laue, Enzykl. d. math. Wiss. Bd. 5, Teil 3. Art. 24 S. 460.

2) Die Begrenzungsflächen des Kristalls sollen dabei immer senkrecht zu den Achsen des jeweiligen Achsensystems liegen.

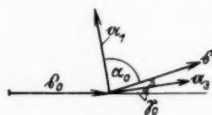


Fig. 2

Hierbei sind nach Konstruktion $\alpha_0 = 90^\circ - \gamma_0$, $\beta_0 = 90^\circ$ und γ_0 der Braggsche Glanzwinkel, der bei der Beugung schneller Elektronen sehr klein ist. $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ sollen die Abstände zwischen dem Hauptmaximum und der ersten Nebennullstelle darstellen. Wenn $L_i = N_i a_i$ die Ausdehnung des Kristalls in Richtung der Achse a_i bedeutet, so ergibt sich die halbe Breite der Hauptmaxima¹⁾ zu

$$\Delta\alpha = \frac{\lambda}{L_1}; \quad \Delta\beta = \frac{\lambda}{L_2}; \quad \Delta\gamma = \frac{\lambda}{\gamma_0 \cdot L_3}.$$

Wird das Verhältnis $\Delta\gamma/\Delta\alpha$ und $\Delta\gamma/\Delta\beta$ genügend groß, so wird die Intensitätsverteilung in der Nähe des Interferenzmaximums nur wenig von der Gitterperiode in der Richtung des Primärstrahls beeinflusst. Wegen der Kleinheit der Elektronenwellenlängen gelangen nämlich nur Netzebenen in Reflexionsstellung, die angenähert parallel zum einfallenden Strahl ξ_0 liegen. Wenn wir daher z. B. eine obere Grenze von γ_0 gleich 0,1 annehmen, so wird selbst für L_1 und L_2 gleich L_3 das Verhältnis $\Delta\gamma/\Delta\alpha$ und $\Delta\gamma/\Delta\beta$ gleich 10. Die dritte Dimension des Kristallgitters stört also die Abbildung einzelner Kristalle mit einzelnen Interferenzmaxima nicht, sobald die Ausdehnung der Kristalle in der Folienebene die Dicke der Folie übersteigt. Infolgedessen könnten wir Kristalle bis zu einer Ausdehnung von 10^3 ÅE mit ausreichender Schärfe beobachten.

Dieses rein wellenkinematisch erhaltene günstige Resultat erlaubt noch eine Verbesserung bei Anwendung der wellendynamischen Theorie von Bethe²⁾. Hierbei tritt eine Verbreiterung des Winkelbereichs $\Delta\gamma$ ein, der durch die Ausdehnung des Gitters in der Richtung der Foliennormalen erzeugt wird. Dagegen werden die durch die Ausdehnung des Gitters in der Folienebene erzeugten Winkelbereiche $\Delta\alpha$ und $\Delta\beta$ davon nicht beeinflusst.

2. Experimentelle Anordnung

In Fig. 1 war bereits das optische Schema eines Elektronenmikroskops angegeben worden. Von einer Elektronenquelle K geht ein Elektronenbündel aus, das die Folie F trifft. Die durch die Folie hindurchgegangenen und gestreuten Elektronen werden durch die Linse L_A zu einem Bild der Folie in der Ebene S_A vereinigt. Zwischen der Linse L_A und der Ebene S_A entsteht außerdem in der Bildebene S_K der Kathode das Beugungsbild.

1) Vgl. auch die Berechnung der Breite der Hauptmaxima zur Deutung von Flächengitterspektren. W. L. Bragg u. F. Kirchner, Nature 127. S. 738. 1931.

2) H. Bethe, Ann. d. Phys. 87. S. 55. 1928. Vgl. auch die Darstellung von E. Fues, Hdb. d. Exper.-Phys., Ergänzungswerk Bd. 2, S. 58.

Gegenüber dieser einfachen Anordnung wurde die wirklich gewählte Anordnung (Fig. 3) durch Einschalten einer zweiten Linse L_K zwischen Folie und Schirm abgeändert¹⁾. Dadurch war die Möglichkeit gegeben, das primäre und sekundäre Bild unabhängig voneinander in den vorgegebenen Ebenen zu erzeugen, in denen die Leuchtschirme S_K und S_A zur Beobachtung aufgestellt waren.

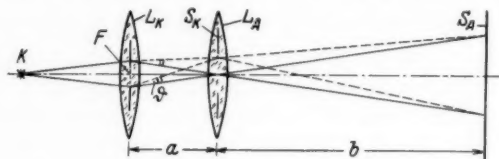


Fig. 3. Optisches Schema der Versuchsanordnung

Bevor wir daran gehen, die Apparatur im einzelnen zu behandeln, muß noch das geometrisch-optische Problem geklärt werden. Wie erhält man bei vorgegebenem Ablenkungswinkel eine möglichst hohe „Auflösung“ im primären Bild, wie sie zur leichteren Ausblendung bestimmter Teile des primären Bildes erforderlich ist.

Um zu übersehen, auf welche Weise die Interferenzpunkte — die abgesehen von wellenoptischen Einflüssen geometrisch-optische Abbildungen der Lichtquelle darstellen — möglichst weit auseinanderzulegen sind, erinnern wir uns an die Theorie der Braunschen Röhre²⁾. Es handelt sich bei ihr um dieselbe Forderung, nämlich bei vorgegebener Winkelablenkung die Auslenkung des Leuchtflecks möglichst groß zu machen und dabei den Leuchtfleck selbst als das Abbild der Elektronenquelle möglichst klein zu halten.

Der Erfüllung dieser Aufgabe stehen hier wie dort die gleichen prinzipiellen Schwierigkeiten entgegen. Das Optimum — d. h. bei der Braunschen Röhre die größte reduzierte Empfindlichkeit — wird in unserm Fall dadurch erzielt, daß die Folie (Ablenkorgan) in die Mittelebene der Linse L_K gestellt und die möglichst kleine

1) In diesem Zusammenhang sei auf eine gewisse Verwandtschaft unserer Apparatur mit der Elektronenbeugungsapparatur von Lebedeff u. Mongan (A. A. Lebedeff, *Nature* 128. S. 491. 1931; C. H. Mongan, *Helv. physica Acta* 5. S. 341. 1932) hingewiesen. Beide verwenden zur Abbildung einer Blende von 0,1 mm Durchmesser eine magnetische Linse. Um magnetische Beeinflussung der gebeugten Strahlen zu vermeiden, ist dort das Beugungspräparat im Gegensatz zu uns weit von der Linse entfernt in Richtung zum Leuchtschirm angeordnet.

2) E. Brüche u. O. Scherzer, *Geometrische Elektronenoptik*. Berlin 1934. S. 185.

Kathode K auf den Schirm S_K in der Mittelebene der Linse L_A verkleinert abgebildet wird.

Der Radius r der Debye-Scherrer-Ringe errechnet sich in dieser Anordnung zu $r = a \operatorname{tg} \vartheta$. Hierbei bedeutet ϑ den nach der Bragg'schen Beziehung bestimmbaren Ablenkungswinkel und a die Gegenstandsweite der Linse L_A bzw. die Bildweite der Linse L_K . Um Interferenzringe von genügend großem Durchmesser zu erhalten, fordern wir eine Gegenstandsweite a der Linse L_A von 6 cm. Dann ergibt sich bei $b = 90$ cm Bildweite eine 15fache Vergrößerung.

Die auf Grund dieser Erwägungen gebaute Apparatur zeigt Fig. 4. Die Apparatur besteht aus einem Glasrohr von 6 cm Durchmesser und 130 cm Länge, in das als Anode ein Messingrohr

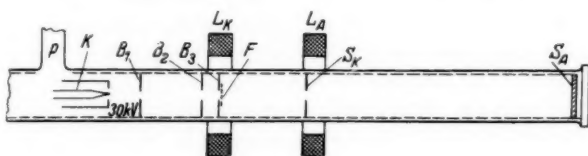


Fig. 4. Versuchsanordnung

bzw. ein Drahtnetz mit den Blenden B_1, B_2 eingesetzt ist. In der Mitte der Blende B_3 liegt die Folie F . S_K und S_A sind Leuchtschirme, von denen der erste eine Öffnung besitzt. K ist die Kathode, L_K und L_A magnetische Elektronenlinsen.

Über die Einzelheiten der Anordnung ist noch folgendes zu sagen: Als Elektronenquelle wurde die Spitze eines nadelförmig gebogenen Wolframdrahtes (0,2 mm Durchmesser) benutzt. Die Strahlung des übrigen Drahtes wurde durch eine Blende von 1 mm Durchmesser abgeblendet. Das Bild der Elektronenquelle auf dem Schirm S_K hatte einen Durchmesser von etwa 0,4 mm.

Die Blenden B_1, B_2 wurden vor die Folie gesetzt, um den Durchgriff des Feldes durch die Löcher der Folie und damit Bildverzerrungen zu vermeiden.

Die Schirme S_K und S_A waren mit Zinksulfid-Silber bedeckt. Der Schirm S_K war auswechselbar und besaß eine Öffnung, durch die ein Teil der Beugungsfigur das Bild der Folie auf dem Schirm S_A entwerfen konnte. Durch Kippen der Linse L_K konnte das Beugungsbild auf dem Leuchtschirm S_K verschoben werden. Die Beugungsringe waren deutlich sichtbar, der Durchmesser des (200)-Ringes betrug schätzungsweise 3–4 mm. Das Bild der Folie auf dem Schirm S_A wurde von außen photographiert.

Als magnetische Linsen wurden die üblichen eisengekapselten Spulen (9 cm Innendurchmesser) benutzt. Um die Spulenströme klein zu halten, war in beiden Linsen die Stromrichtung gleich. Obgleich sich die Felder beider Linsen überlagern, war die Einstellung der beiden Bilder genügend unabhängig voneinander.

Zwischen Kathode und Anode lag eine Spannung von 30 kV, die einem Gleichrichter in Greinacherschaltung entnommen wurde.

Als Objekt diente eine der bekannten gehämmerten, blau durchsichtigen Goldfolien (Dicke ungefähr 10^3 ÅE). Diese Folien besitzen Faserstruktur. Die relativ großen Kristalle bzw. Kristallaggregate liegen vorzugsweise mit der [100]-Richtung parallel zur Foliennormalen, wie aus Elektronenbeugungsaufnahmen von Trillat und Hirsch¹⁾ hervorgeht. Die Originalblätter von der Größe 80×80 mm zeigten in der Mitte eine starke Dickenstruktur, nach den Rändern zu wurden die Folien glatter bei streifiger Struktur. Damit Dickenstruktur möglichst vermieden wurde, gelangten nur Teile aus dem glatteren Teil der Folie zur Verwendung. Um bei den später angegebenen Ausblendungen eine genügende Helligkeit des sekundären Bildes zu erhalten, war es nötig, die Folien verhältnismäßig intensiv mit Elektronen zu beleuchten. Dadurch trat eine schnelle Zerstörung der Folie ein.

Da die Apparatur gegen Erschütterungen sehr empfindlich war, wurden die Aufnahmen bei den langen Belichtungszeiten nicht sehr scharf, reichten aber für die vorliegende Untersuchung aus.

3. Der Einfluß der verschiedenen Streumöglichkeiten auf die Abbildung

Bevor Ausblendungen im primären Bild vorgenommen werden, wollen wir noch kurz in einer allgemeinen Betrachtung auf den Einfluß der verschiedenen Streumöglichkeiten auf die Abbildung eingehen.

Die Gesamtzahl sowie die Winkelverteilung der elastischen und unelastisch gestreuten sowie der rückwärts gestreuten²⁾ Elektronen ist abhängig von der Dicke der Folie. Da mit wachsender Dicke die Wahrscheinlichkeit der unelastischen Streuung und der Rückwärtsstreuung dauernd steigt, geht nach einer anfänglichen Zunahme die Zahl der elastisch gestreuten Elektronen bei stärkeren Dicken zurück³⁾. Dagegen nimmt die Gesamtzahl der durch die Folie

1) J. J. Trillat u. Th. v. Hirsch, Ztschr. f. Phys. 75. S. 784. 1932.

2) Über diese Definitionen vgl. P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten. Heidelberg 1925 und H. Bothe, Handb. d. Phys. Bd. 24.

3) Reine Absorptionsprozesse tragen wegen ihrer Seltenheit nur wenig zu der Dickenabhängigkeit der Streuung bei.

ohne Geschwindigkeitsverluste hindurchgegangenen Elektronen mit wachsender Dicke dauernd ab.

Wegen des chromatischen Fehlers unserer Linse können wir die Abbildung der Folie nur mit Elektronen einer besonders stark vertretenen Geschwindigkeitsgruppe vornehmen und wählen dazu die der elastisch gestreuten Elektronen. Die Dickenabhängigkeit der Zahl der elastisch gestreuten Elektronen gibt dann Anlaß zu einer Dickenstruktur der Abbildung. Unelastisch, mit kleineren Geschwindigkeitsverlusten gestreute Elektronen erzeugen gleichfalls ein verwaschenes Bild mit „Dickenstruktur“, das sich der eigentlichen Abbildung überlagert und eine gewisse Unschärfe des Elektronenbildes bedingt. Elektronen mit größeren Geschwindigkeitsverlusten und Sekundärelektronen stellen einen kontinuierlichen Untergrund her, dessen Helligkeit relativ gering ist, da die Empfindlichkeit des Schirms mit kleineren Elektronengeschwindigkeiten abnimmt.

Ein merklicher Einfluß verschiedener Kristallorientierungen auf die Gesamtzahl der elastisch sowie der unelastisch gestreuten Elektronen besteht nach der vorliegenden Literatur nicht. Dagegen ist nach den Erfahrungen der Elektronenbeugung die Winkelverteilung der elastisch gestreuten Elektronen durch die Kristallorientierung bedingt, während die Winkelverteilung der unelastisch gestreuten Elektronen von der Kristallorientierung nur verhältnismäßig wenig abhängig ist [Kikuchilinien¹⁾].

Die verschiedenen Streumöglichkeiten beeinflussen die Abbildung je nach der Art der Ausblendung im primären Bild in verschiedenem Maße. Wir wollen deshalb ihr Zusammenwirken bei den verschiedenen Ausblendungen untersuchen.

4. Zentrale Hellfeldbeleuchtung bei verschiedener Apertur

Zunächst betrachten wir den Fall, daß keine Ausblendung vorgenommen wird und daher das gesamte primäre Bild zur Abbildung beiträgt. Falls die Folie so dünn ist, daß die Wahrscheinlichkeit unelastischer Streuung und Rückstreuung genügend gering ist, wird im sekundären Bild zunächst keine Dickenstruktur auftreten. Bei dickeren Folien werden infolge der unelastischen Streuung und der Rückstreuung dickere Stellen dunkel auf hellem Grunde erscheinen.

Eine Begrenzung des Öffnungswinkels bewirkt, daß auch bei Folien, bei denen infolge der geringen Dicke unelastische Streuung

1) Vgl. z. B. S. Kikuchi, Jap. Journ. Phys. 5. S. 83. 1928 und M. v. Laue, Ann. d. Phys. [5] 23. S. 705. 1935; 25. S. 569. 1936.

und Rückwärtsstreuung noch keinen wesentlichen Einfluß besitzen, Dickenunterschiede wahrnehmbar werden. Denn an dickeren Stellen werden die Elektronen stärker elastisch gestreut werden und daher infolge der Ablendung nicht mehr in demselben Maße wie vorher zum Bilde beitragen können. Die Ablendung wirkt also im gleichen Sinne wie unelastische Streuung und Rückwärtsstreuung¹⁾. Fig. 6 wurde mit einer Öffnungsblende von 8 mm erhalten²⁾. Sie zeigt gegenüber der lichtmikroskopischen



Fig. 5. Lichtmikroskopische Abbildung einer Goldfolie bei Durchstrahlung. $V = 20$

Durchstrahlungsaufnahme (Fig. 5) verhältnismäßig geringe Kontraste³⁾. Wesentlich neue Einzelheiten treten nicht auf. Die geringere Schärfe der elektronenmikroskopischen Abbildung ist durch die Öffnungsfehler und den chromatischen Fehler der magnetischen Linse bedingt. Wenn man den Öffnungswinkel verkleinert, so wird die Dickenstruktur der Folie stärker hervortreten, bis schließlich bei Ablendung bis auf das Zentralmaximum und seine nächste Umgebung (Blendendurchmesser 1 mm) die Dickenkontraste am größten werden⁴⁾ (Fig. 7). Gegenüber der Fig. 5 zeigt Fig. 7 einen erheblich höheren Kontrastreichtum, größere Schärfe und neue Einzelheiten.

Die größere Schärfe der Aufnahme mit dem Zentralmaximum ist noch dadurch bedingt, daß das Verhältnis der elastischen Streuung zur unelastischen Streuung im Zentralmaximum selbst größer ist als in der Umgebung. Es zeigt sich also, daß bei Hellfeldbeleuchtung Kontrastfähigkeit, Abbildungsschärfe, sowie die Verminderung der Öffnungsfehler für die Verwendung einer möglichst kleinen Apertur sprechen und nur die dadurch bedingte Intensitätsverminderung da-

1) E. Ruska, Ztschr. f. Phys. 87. S. 580. 1934 unterscheidet in demselben Zusammenhang zwischen einer „Diffusions“- und einer „Absorptions“-Erscheinung.

2) Demgegenüber beträgt der Durchmesser des (200)-Ringes ungefähr 3–4 mm.

3) Die zeitliche Reihenfolge der Aufnahmen stimmt nicht mit der im Text überein, wie man an der verschiedenen Größe des Risses erkennt.

4) Da der Durchmesser des ersten Beugungsringes (111) ungefähr dreimal so groß war, verhält sich die aus diesem Verhältnis berechenbare Apertur ungefähr wie 1:5 zu der kleinsten, dem Verf. aus der Literatur bekannt gewordenen Apertur (E. Ruska, a. a. O., Öffnungsverhältnis 1:12, 60 kV).



Zentrales
Hellfeld

Fig. 6. Große Apertur



Fig. 7. Kleine Apertur



Fig. 8. Zentral,
große Apertur

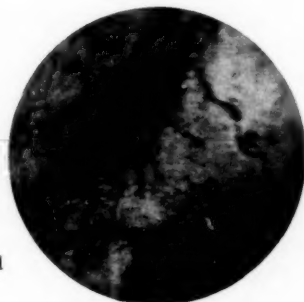


Fig. 9. Schief, großer Ab-
lenkungswinkel, kleine Apertur



Schief, von verschiedenen Stellen des (200)-Ringes, kleine Apertur.

Fig. 10.

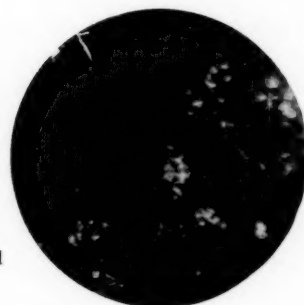


Fig. 11.

Elektronenmikroskopische Abbildungen der Goldfolie Fig. 5 mit schnellen Elektronen bei verschiedenen Ausblendungen im Beugungsbild. $V = 20$

gegen. Die Auflösungsgrenze wird bei den in Betracht kommenden Blenden und Vergrößerungen bei weitem nicht erreicht¹⁾.

Das Auftreten neuer Einzelheiten hängt wahrscheinlich damit zusammen, daß bei Abblendung der gestreuten Elektronen die Helligkeit eines Kristalls im sekundären Bild außer von seiner wirksamen Dicke noch von seiner Lage zur Foliennormalen bestimmt ist. Denn durch Ansprechen von Interferenzstrahlen, deren reflektierende Netzebenen in die richtige Stellung gedreht werden, tritt eine Schwächung des ungestreuten Strahls ein [Dynamische Theorie von Bethe²⁾]. Z. B. hat Kirchner³⁾ an einer Glimmerfolie periodische Schwankungen (maximal 40%) der Intensität des Zentralmaximums in Abhängigkeit von der Neigung der Normalen zum Primärstrahl gemessen. Das sekundäre Bild ist also hier wie in allen folgenden Versuchen nicht mehr eindeutig, da man nicht zwischen Dickenstruktur und Kristallagerungsstruktur unterscheiden kann.

5. Zentrale und schiefe Dunkelfeldbeleuchtung bei verschiedener Apertur

Wir blenden jetzt im primären Bild einer Folie das Zentralmaximum weg und lassen also nur die gestreuten Elektronen bei der Abbildung wirksam werden (zentrale Dunkelfeldbeleuchtung⁴⁾). An den Stellen, an denen stärker elastisch gestreut wird, wird die Folie heller erscheinen, dagegen an Löchern und an sehr dicken Stellen, an denen die Anzahl der unelastischen Stöße überwiegt, dunkler. Auf die Kontraste ausgleichend wirkt dabei die an den dickeren Stellen höhere Wahrscheinlichkeit unelastischer Streuung und Rückwärtsstreuung. Für die Fig. 8 wurde ein Ringbe.irk von 8 mm Außendurchmesser und 1 mm Innendurchmesser des primären Bildes verwendet. Es zeigt sich eine hohe Kontrastlosigkeit, die durch die Öffnungsfehler der Linse und durch die anderen ausgleichenden Einflüsse bedingt ist.

Um den Einfluß der Öffnungsfehler herabzusetzen, wurde die Fig. 9 mit einer Primärlochblende von 1 mm Durchmesser gemacht. Die Öffnung hatte vom Zentralmaximum ungefähr den 10 fachen Abstand des (111)-Ringcs (schiefe Dunkelfeldbeleuchtung). Die

1) Bei unserer Anordnung wäre nach der Abbeschen Aperturbeziehung bei einem Blendendurchmesser von 0,1 mm noch die Trennung von 2 Punkten möglich, die einen Abstand von mehr als 100 ÅE besitzen.

2) H. Bethe, a. a. O.

3) F. Kirchner, Ann. d. Phys. [5] 13. S. 42. 1932.

4) B. v. Borries u. E. Ruska, Ztschr. Ver. dtsh. Ing. 79. S. 519. 1935 haben auf die Möglichkeit der Übertragung der aus der Lichtoptik bekannten Dunkelfeldbeleuchtung auf die Elektronenmikroskopie hingewiesen.

Schärfe der Abbildung hat bedeutend zugenommen gegenüber der Fig. 8 mit großem Öffnungswinkel. Dagegen ist sie viel kontrastloser und auch unschärfer als die Hellfeldaufnahme Fig. 7 mit der gleichen Öffnungsblende, denn bei der Fig. 9 war das Verhältnis der unelastisch gestreuten Elektronen zu den elastisch gestreuten Elektronen größer als bei der Fig. 7.

Wenn man jetzt durch Verschieben der Blende zum Zentralmaximum einzelne intensive Interferenzmaxima zur Wirkung gelangen läßt, so wird sich der Abbildung der Dickenstruktur der Folie (aus dem Untergrund des Beugungsbildes) eine ebenfalls von der Dicke abhängige erhöhte Helligkeit derjenigen Kristalle überlagern, die in diese Blende bzw. Interferenzmaxima reflektieren¹⁾. Die Figg. 10, 11 sind mit Lochblenden (1 mm Durchmesser) gemacht worden, die verschiedene Teile des (111)- und (200)-Ringes (3–4 mm Durchmesser) der Goldfolie ausblendeten. Zum Vergleich sei nochmals die Fig. 9 angeführt, die unter gleichen Bedingungen gemacht wurde, nur daß der Abstand Lochblende–Zentralmaximum ungefähr 20 mm beträgt und so der Anteil der kohärenten Streuung und damit der Einfluß der Kristallagerung sehr gering ist. Die von verschiedenen Stellen des Beugungsbildes stammenden Folienabbildungen unterscheiden sich deutlich in der Helligkeit einiger aus einzelnen Flecken bestehenden Gruppen. Diese neu auftauchenden Flecken in Figg. 10 und 11 sind also Kristalle oder Kristallaggregate, die in den ausgeblendeten Teil des Beugungsbildes reflektieren²⁾. Man erhält durch eine Anzahl von sekundären Bildern, die aus verschiedenen Teilen des primären Bildes stammen, einen Überblick über die Kristalle der Folie.

Zu dem schon vorher diskutierten Einfluß der verschiedenen Streumöglichkeiten auf die Abbildung bei Dunkelfeldbeleuchtung ist noch zu bemerken, daß die Stellen der Folie, deren Kristalle nicht in die Blende reflektieren, in ihrer Dickenstruktur durch die elastisch gestreuten Elektronen des kontinuierlichen Untergrundes des primären Bildes (Temperaturbewegung usw.) abgebildet werden. Da hier das Verhältnis der elastisch gestreuten Elektronen zu den unelastisch gestreuten kleiner ist als in den Interferenzmaxima, werden diese Stellen wegen der chromatischen Linsenfehler entsprechend unschärfer abgebildet.

1) Man wählt dabei die Blende möglichst klein, um benachbarte Interferenzmaxima in ihrer Wirkung besser unterscheiden zu können. Allerdings wird diese Maßnahme durch die damit verbundene Intensitätsverminderung beschränkt.

2) Eine Angabe über die Achsenrichtung der Kristalle wird nur in speziellen Fällen möglich sein.

Die Folienabbildungen 9, 10, 11 zeigen, daß nur relativ kleine Kristalle (etwa 10^{-3} cm Durchmesser) innerhalb einer größeren Gruppe mit einer Vorzugsrichtung vorhanden sind, gegen die die Kristalle einer Gruppe ein wenig verdreht sind. Dies geht aus Helligkeitsänderungen einzelner Kristalle gegeneinander innerhalb einer Gruppe hervor, wenn der (200)-Ring innerhalb eines gewissen Bereichs (20—30°) mit einer Blende nach dem zuletzt beschriebenen Abbildungsverfahren abgetastet wird.

6. Zusammenfassung

Im Elektronenmikroskop entsteht wie im Lichtmikroskop vor der eigentlichen Abbildung das Beugungsbild. Das Beugungsbild einer dünnen Folie, die mit schnellen Elektronen durchstrahlt wird, ist das bekannte Elektronenbeugungsdiagramm. Das Bild der Folie wird von elastisch gestreuten Elektronen erzeugt und besitzt wegen der Dickenabhängigkeit der elastischen Streuung (Absolutwert und Winkelverteilung) eine „Dickenstruktur“. Eingriffe in das Beugungsbild führen Veränderungen der Abbildung der Folie herbei.

Es werden Abbildungen mit *Hellfeldbeleuchtung* bei verschiedener Apertur vorgenommen. Bei kleiner Apertur sind infolge der Abblendung der gestreuten Elektronen die Dickenkontraste stärker und der Einfluß der Öffnungsfehler geringer. Infolge der geringeren Häufigkeit unelastisch gestreuter Elektronen im Zentralmaximum ist auch der Einfluß der chromatischen Fehler der Linse auf die Schärfe der Abbildung bei kleiner Apertur geringer.

Abbildungen mit zentraler und schiefer *Dunkelfeldbeleuchtung* bei großen und kleinen Aperturen sind im allgemeinen kontrastloser und wegen der größeren Häufigkeit der unelastisch gestreuten Elektronen unschärfer als die entsprechenden Hellfeldaufnahmen. Bei der Abblendung des primären Bildes bis auf einzelne Interferenzmaxima werden die Kristalle, die in diese Interferenzmaxima reflektieren, mit erhöhter Helligkeit abgebildet und so eine „Kristallagerungsstruktur“ erzeugt, die sich der „Dickenstruktur“ überlagert.

Vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Laboratorium des AEG-Forschungsinstitutes in der zweiten Hälfte des Jahres 1935 als Fortbildungsarbeit durchgeführt.

Berlin-Reinickendorf, im März 1936.

(Eingegangen 7. April 1936)

Über den Schwingungsmechanismus einer Quarzplatte in Flüssigkeiten

Von H. E. R. Becker

(Mit 9 Figuren)

I. Einleitung

Dünne Quarzplatten, deren Flächennormale parallel zur sogen. elektrischen Achse des Kristalls orientiert sind, lassen sich durch Anlegen hochfrequenter Wechsellspannungen zu Dickenschwingungen anregen. Da bei Resonanz die Oberflächenbeschleunigungen am Quarz außerordentlich hoch sind, interessierte sein Verhalten, wenn er von einer Flüssigkeit umgeben ist. Aus diesem Anlaß untersuchte ich in einer früheren Arbeit¹⁾ den Einfluß der Flüssigkeit auf die Resonanz von Quarzplatten sowie die Energiebilanz der erzeugten Ultraschallwelle.

Die Resonanzkurven wurden so gemessen, daß bei einer bestimmten Frequenz der Quarz durch einen Ersatzkreis aus Kapazität und parallelem Widerstand elektrisch ersetzt wurde. Die Energieaufnahme des Quarzes war bei konstanter Wechsellspannung proportional dem Reziproken dieses Widerstandes, was als Maß für das Amplitudenquadrat der Quarzschwingung genommen wurde. Die Energiebilanz wurde aufgestellt durch Vergleich der dem Quarz elektrisch zugeführten Leistung mit der aus der Intensität der Debye-Sears-Beugungserscheinung berechneten Schalleistung.

Als Quarz wurde ein 52-m-Quarz (Dicke = 0,5 mm, Fläche = 3,43 cm²) mit Straubelscher²⁾ Umrandung benutzt, der beiderseitig dünn vergoldet war und lose auf einer ebenen Metallplatte lagerte, wie es die Figg. 2 und 4 der obengenannten Arbeit wiedergeben.

Die Ergebnisse waren folgende:

1. Die Resonanzkurven waren unsymmetrisch und nach höherer Frequenz als die Eigenfrequenz verschoben.
2. Diese Verschiebung nahm zu mit der Schallhärte der Flüssigkeit und wurde durch Änderung der Adhäsion der Flüssigkeit beeinflusst.
3. Die Bewegungsamplitude der Flüssigkeit am Quarz war außerordentlich klein (0,8 ÅE bei der Wechsellspannung 10 Volt),

1) H. E. R. Becker, Ann. d. Phys. [5] 25. S. 359 u. 373. 1936.

2) H. Straubel, Ztschr. f. Hochfr. 38. S. 19. 1931.

wogegen im Gleichspannungsfall 10 Volt bereits eine Ausdehnung des Quarzes von 24,5 ÅE hervorrufen.

Das erste Ergebnis deutete schon auf eine anharmonische Schwingung hin, und es schien, daß alles nur dann gleichmäßig erklärt würde, wenn man annahm, daß bei den hohen Beschleunigungen die Flüssigkeit sich vom Quarz löst und der Quarz eine Klapperschwingung macht. Zu diesem Gesamtergebnis kam ich in der oben genannten Arbeit.

Es war dagegen einzuwenden¹⁾, daß der Ablöseeffekt selbst nicht beobachtet worden war und besonders, daß die Druckamplituden weniger als 1 Atm. betrug. Nur bei Druckamplituden von 1 Atm. sind bei Unterwasserschall Ablöseeffekte beobachtet worden.

Die vorliegende Arbeit sollte nun entscheiden, um was für einen Mechanismus es sich bei der Schwingung einer von Flüssigkeit umgebenen Quarzplatte handelt.

II. Versuch zum Nachweis der Ablösung

Zunächst wurde der Versuch unternommen, die Ablösung direkt zu beobachten. Löst sich nämlich die Flüssigkeit vom Quarz ab, dann ist beim Einschalten der Hochfrequenz eine scheinbare Volumenvergrößerung des Quarzes zu erwarten. Hängt der Quarz frei in

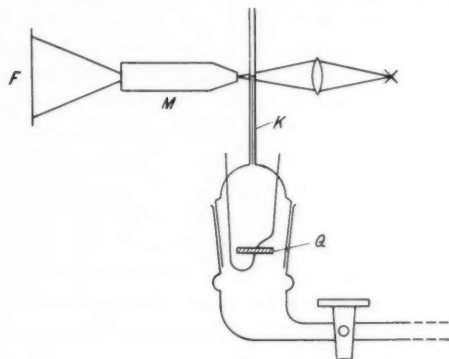


Fig. 1

der Flüssigkeit, dann ist die Volumenänderung gleich der doppelten Fläche des Quarzes mal dem mittleren Abstand Quarz-Flüssigkeit.

Zur Messung dieser Volumenänderung benutzte ich vorstehende Anordnung (Fig. 1).

Der Quarz *Q* befand sich frei hängend in einem geschlossenen Glasgefäß, das vollständig mit Flüssigkeit angefüllt war. Am oberen

1) Diskussion mit Herrn Prof. Barkhausen.

Ende war eine feine Kapillare *K* (Durchmesser = 0,22 mm) angeschmolzen. Ein Mikroskop *M* bildete nun den Meniskus auf einem Film *F* so ab, daß die Steighöhe verdreißigfach wurde. Gegen Temperaturschwankungen war das Gefäß vollständig mit Watte umgeben. Es sollte nun von der Bewegung des Meniskus beim Einschalten der Hochfrequenz auf eine etwa vorhandene Ablösung der Flüssigkeit zurückgeschlossen werden.

Zunächst benutzte ich organische Flüssigkeiten. Es ließ sich jedoch wegen der beim Einschalten sofort einsetzenden Erwärmung durch die Energiezufuhr nichts aussagen. Fig. 2 zeigt einen mit CCl_4 so erhaltenen Filmstreifen. Der rechte Abfall rührt vom Temperaturgang vor dem Einschalten her, und der helle Strich zeigt den Einschaltmoment. (1 mm Steighöhe entspricht dabei $1,2 \cdot 10^{-4}^\circ \text{C}$.)



Fig. 2

Um jegliche Temperatureffekte auszuschalten, wurde der Versuch mit destilliertem Wasser von 4°C vorgenommen. Das Ergebnis war, daß eine Höhenänderung nicht beobachtet werden konnte. Sie mußte also unter 0,01 mm liegen. Das entsprach einem mittleren Abstand des Quarzes von der Flüssigkeit von höchstens 5,5 ÅE, wobei die maximalen Spannungen am Quarz bis 120 Volt betrugen.

Nach den Messungen meiner früheren Arbeit¹⁾ sind bei 10 Volt maximaler Spannung am Quarz die Amplituden der Flüssigkeit etwa 0,8 ÅE. Bei 120 Volt sind diese also 10 ÅE. Nach der Anschauung der Klapperschwingung müßte der mittlere Abstand also wesentlich größer als 10 ÅE sein, was hier nicht eintrat. Dieses Ergebnis spricht somit sehr gegen die Ablösung der Flüssigkeit.

III. Die Druckabhängigkeit der Resonanzkurven

Nimmt man an, daß beim Ablösen der Flüssigkeit im Zwischenraum Vakuum oder starker Unterdruck herrscht, dann muß der Druck, unter dem sich die Flüssigkeit befindet, einen großen Einfluß auf die Resonanzkurven des Quarzes haben.

Als Modellversuch wurde zunächst die Schwingung einer Quarzplatte in Luft zwischen zwei festen plangeschliffenen Metallplatten untersucht und der Quarz den verschiedensten Belastungen ausgesetzt. Die Vorrichtung war sehr einfach (Fig. 3): Die untere

1) a. a. O. (S. 381).

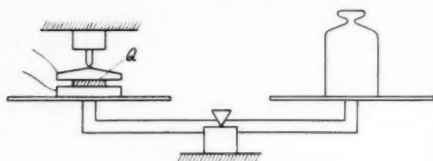


Fig. 3

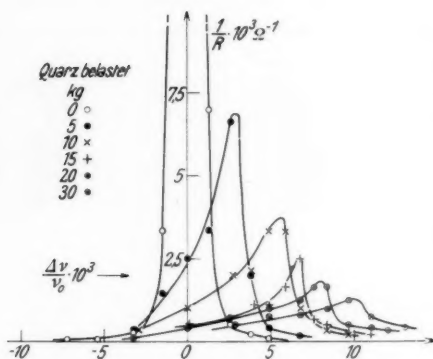


Fig. 4

dämpfen. Der verstärkte Klappereffekt erzeugt die charakteristisch verschobene und gekippte Resonanzkurve, wie zu erwarten ist.

Zur Untersuchung der Druckabhängigkeit der Resonanz in Flüssigkeiten benutzte ich die in Fig. 5 gezeichnete Apparatur.

Der Quarz Q befand sich am Boden des Messinggefäßes G . Eine aufgesetzte Röhre A sollte die Ultraschallwelle absorbieren. Das Ganze war bis zur Stelle s mit Flüssigkeit angefüllt. Das Gefäß war die eine Elektrode. Als zweite Zuleitung diente ein schmales Band Aluminiumfolie, das an einer druckfesten Durchföhrung befestigt war. Der Druck wurde einer Stickstoffbombe über ein Reduzierventil entnommen und durch das Rohr R zugeföhrt. Das Gefäß V diente als Puffervolumen. Bis zu den

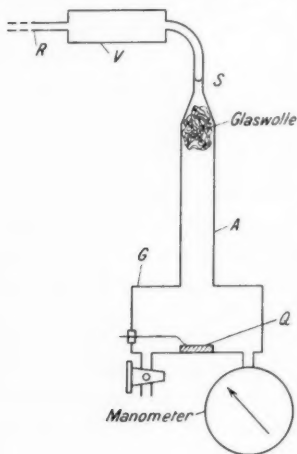


Fig. 5

Drucken von 12 Atm. war keine Veränderung der Resonanzkurven festzustellen. Die geringen Schwankungen lagen innerhalb der Fehlergrenzen. Der erwartete Einfluß einer Ablösung der Flüssigkeit ist also ausgeblieben.

IV. Der Einfluß der Unterlage

Es konnte keinem Zweifel unterliegen, daß es sich bei der Schwingung der Quarzplatte in der verwendeten Anordnung um eine anharmonische handelte. Dazu war die Verschiebung und Unsymmetrie der Resonanzkurven zu stark ausgeprägt. Es mußte also nach einer anderen Ursache der Anharmonizität gesucht werden. Als solche kam nur die ebene Unterlage in Frage. Bei allen Versuchen bis dahin

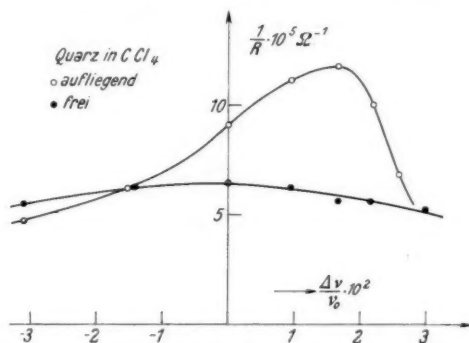


Fig. 6

lag die Quarzplatte, der einfachen Anordnung wegen, auf einer ebenen Metallplatte. Zur Vermeidung eines solchen Einflusses wurde der Quarz an beiderseitig aufgeklebte Aluminiumfolien frei aufgehängt. Das Ergebnis war eindeutig. Fig. 6 gibt die Resonanzkurven des gleichen Quarzes in CCl_4 wieder, einmal aufgelegt und einmal frei hängend.

Daß beim freien Quarz die Dämpfung größer ist, ist ohnehin zu erwarten, denn nun geht die Schallwelle nach beiden Seiten. Wesentlich ist das Verschwinden der Unsymmetrie und der Verschiebung der Resonanzkurve.

Da die Ursache in der Aufbringung der Elektroden liegen konnte, genügt dies an sich eindeutige Ergebnis noch nicht. Gelingt es hingegen, das Dämpfungsdekrement des Quarzes in der Flüssigkeit experimentell zu bestimmen, dann ist daraus das Verhältnis der Flüssigkeitsamplitude zu der des Quarzes berechenbar. Dieses Verhältnis gibt dann eindeutigen Aufschluß.

V. Das Dämpfungsdekrement

A. Theoretisches

Bei allen harmonischen Schwingungen ist die Eigenenergie E des Systems proportional dem Quadrat der Amplitude. Gibt ein solches System in einer Schwingungsdauer die Energie E' ab, dann läßt sich das logarithmische Dekrement angeben zu:

$$\delta = -\frac{1}{2} \ln \left[1 - \frac{E'}{E} \right]$$

oder in erster Näherung:

$$\delta = \frac{E'}{2E}.$$

Da die Dekremente recht groß sind, wird hier die strenge Formel benutzt.

Für den Quarz lassen sich sowohl E wie E' berechnen. Zunächst sei E berechnet; sie ist die Energie der elastischen Verspannung bei größter Ausdehnung.

$$E = \int \frac{p^2}{2\varepsilon} d\tau$$

wo p = Druck, ε = Elast.-Modul und $d\tau$ = Volumenelement sind.

Im Augenblick größter Ausdehnung ist

$$p = -\frac{\varepsilon \pi}{d} A \sin \frac{x \pi}{d}$$

wo A = Amplitude, d = Dicke des Quarzes und x = Koordinate in der elektrischen Achse sind.

Ist F die Fläche des Quarzes, dann ist

$$E = \frac{\varepsilon \cdot F \cdot \pi^2}{4d} A^2.$$

Wie bekannt, ist bei der Eigenfrequenz ν und der Dichte des Quarzes s :

$$\varepsilon = 4d^2 \nu^2 s.$$

Die Eigenenergie wird somit:

$$E = d \cdot F \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot s A^2.$$

Die abgegebene Energie ist die Schalleistung pro Schwingungsdauer, also

$$E' = \frac{N}{\nu}.$$

Betrachtet man nur die Schallwelle auf einer Seite des Quarzes (aufliegender Quarz), dann ist:

$$N = 2\pi^2 F \rho v \nu^2 a^2$$

wo ρ , v und a die Dichte, Schallgeschwindigkeit und Amplitude der Flüssigkeit sind. Somit berechnet sich der Verlust zu:

$$E' = 2 \cdot \pi^2 \cdot F \cdot \rho v \cdot \nu \cdot a^2.$$

Der Quotient der Energien ist

$$\frac{E''}{E} = \frac{2 \cdot q \cdot v}{d \cdot s \cdot v} \left(\frac{a}{A} \right)^2 = K \left(\frac{a}{A} \right)^2.$$

Gelingt es also, das Dämpfungsdekrement des Quarzes zu messen, dann läßt sich das Amplitudenverhältnis berechnen. Dabei genügt schon eine größenordnungsmäßige Messung von δ , da a/A quadratisch eingeht. Wenn die Flüssigkeit sich nicht ablöst, ist das Verhältnis gleich eins. Hängt der Quarz frei, dann muß für K das Doppelte eingesetzt werden. Für die beiden später benutzten Flüssigkeiten CCl_4 und Toluol und den vorhandenen 52-m-Quarz berechnete sich K zu:

$$\begin{array}{ll} \text{CCl}_4 & K = 0,397 \quad \text{und} \quad 2K = 0,794 \\ \text{Toluol} & K = 0,31 \quad \text{und} \quad 2K = 0,62. \end{array}$$

B. Meßapparatur

Um unabhängig von irgendwelchen Annahmen zu sein, mußte die Abklingkurve der freien Quarzschwingung in der Flüssigkeit beobachtet werden.

Das Grundprinzip der nachfolgend beschriebenen Apparatur ist folgendes: Der Quarz mit einer zur Kompensation seiner Eigenkapazität parallel geschalteten Selbstinduktion wird durch Hochfrequenz auf seiner Eigenschwingung erregt. Seine beiden Elektroden sind mit dem einen Plattenpaar einer Braunschen Röhre verbunden. Gleichzeitig nun mit dem momentanen Abschalten der dem Quarz zugeführten Hochfrequenz wird eine Zeitablenkung am anderen Plattenpaar eingeschaltet. Die Wechsellspannung am Quarz klingt ab, und es erscheint das Bild einer gedämpften Schwingung, das zur Bestimmung des Dekrements ausgewertet werden kann. Der Quarz wird nun wieder mit Hochfrequenz erregt, erreicht sein Maximum, und der Prozeß beginnt von neuem, da ein lichtstarkes Bild nur bei oftmaliger Wiederholung zu erreichen ist. Hier wiederholte er sich 120000 mal in der Sekunde. Durch Synchronisierung aller Vorgänge, also auch der 52-m-Hochfrequenz, gelang es, stehende Bilder zu erzeugen, bei denen die einzelnen Schwingungen der 52-m-Welle abzählbar waren.

Fig. 7 zeigt die Schaltung.

Ein Grundsender (I) erzeugt eine kräftige Wechsellspannung ($\lambda = 2500 \text{ m}$). Er steuert eine Kippvorrichtung, die die Ablenkung hervorruft, eine Schaltvorrichtung, die die Hochfrequenz abschaltet, und drittens wird die Schwingung auf die 48fache Frequenz vervielfacht.

äußeren Widerstand die kippende Spannungsschwankung abgenommen werden. Sie ist keine normale Kippschwingung, weil sie zweimal pro Schwingungsdauer springt. Die Sprungzeit hängt alleine von den aufzuladenden Kapazitäten und den Widerständen ab. Da das

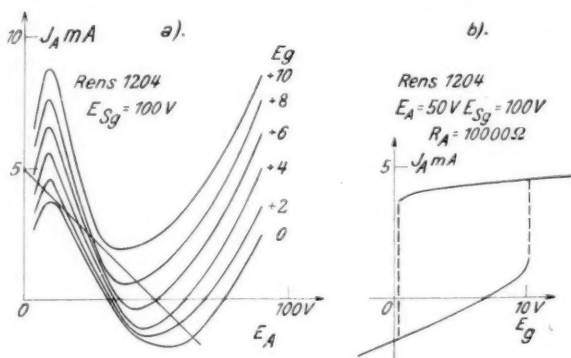


Fig. 8

verwendete Braunsche Rohr eine große Kapazität (30 cm) hatte, konnten die Ulbrichtschen Sprungzeiten nicht erreicht werden. Da zur Auflösung der 52-m-Welle eine schnelle Zeitablenkung notwendig ist, wurde eben dieser Sprung zur Registrierung der abklingenden Schwingung benutzt. Der Sprung entsprach dabei ungefähr 15 Schwingungen des Quarzes.

c) Die Schaltvorrichtung

Das Rohr VI wurde mit großer negativer Vorspannung betrieben, so daß nur kurze Stromstöße anodenseitig erfolgten. Diese Stromstöße luden fast momentan die verschiedenen Kapazitäten auf, die sich langsam über den äußeren Widerstand entluden. Diese Spannung wurde nun mit einer am 52-m-Sender abgegriffenen Wechselspannung dem Gitter der Endröhre (VII) zugeführt. Der Spannungsstoß der Röhre VI war so groß (–80 Volt), daß sofort der Anodenstrom der Endröhre blockiert wurde. Auf diese Weise war die vorher in diesem Rohr verstärkte Hochfrequenz augenblicklich abgeschaltet. Oszillogramme mit der Braunschen Röhre ergaben eine Abschaltzeit von einer Schwingungsdauer der Hochfrequenz (etwa $2 \cdot 10^{-7}$ sec). Der Abschaltmoment wurde durch Phasenänderung so eingestellt, daß er unmittelbar vor dem Sprung der Zeitablenkung erfolgte.

Um die Hochfrequenz auch wirklich vollständig abschalten zu können, wurde als Endröhre ein Schirmgittersenderrohr von Valvo-

Philips QC 05/15¹⁾ benutzt, dessen elektrostatische Abschirmung durch das Schirmgitter außerordentlich gut ist (die Gitter-Anodenkapazität beträgt nur 0,001 μF). Nach ungefähr 20 Schwingungen setzte die Verstärkung wieder ein, und der anodenseitig eingeschaltete Quarz Q wurde wieder angeregt.

Zur Kompensierung der Eigenkapazität des Quarzes mußte die Selbstinduktion L parallel geschaltet werden, damit die Verstärkung ausreichend war. Die Spannung am Quarz wurde gleichzeitig dem zweiten Plattenpaar der Braunschen Röhre zugeführt.

Als Oszillograph verwendete ich eine bereits vorhandene gasgefüllte Braunsche Röhre von Loewe, die an sich für diese hohen Frequenzen recht ungeeignet war. So konnte man nicht die Schärfe der Figuren verlangen, die man bei modernen Hochvakuumröhren gewöhnt ist. Dennoch genügten die erhaltenen Figuren, um die richtigen Folgerungen zu ziehen. Es ist immerhin erstaunlich, daß eine gasgefüllte Braunsche Röhre überhaupt noch solche hohen Frequenzen ($6 \cdot 10^6$) wiedergibt. Andere Nachteile für die Messungen bestanden darin, daß die Kapazität zwischen den Platten sehr groß war (30 cm) und daß Verluste im Rohr auftraten. Die Beschleunigungsspannung der Röhre betrug 2500 Volt bei einer Empfindlichkeit von 0,4 mm pro Volt.

C. Die Messung

Da man in keinem Falle das Dekrement des Quarzes allein mißt, muß dasselbe aus drei Messungen bestimmt werden:

Zunächst ist der Quarz eingeschaltet und mit dem Hilfskondensator auf Resonanz eingestellt. Das so gemessene Dekrement (δ_1) enthält den Verlust des Quarzes E'_Q , den Verlust des Schwingungskreises E'_S sowie die Eigenenergie des Quarzes E_Q und die des Schwingungskreises E_S .

Nun wird der Quarz durch die Kapazität C und den Verlust R so ersetzt, daß die Spannungsamplitude bei konstanter Erregung der des Quarzes gleicht. Das Dekrement (δ_2) enthält somit E_S , E'_S und den Verlust E'_R , der gleich E'_Q ist, da in stationärem Zustand bei gleichem Verlust die Amplituden gleich sind, nicht die Dekremente. Für die dritte Messung wird R entfernt. Das Dekrement (δ_0) enthält jetzt nur E_S und E'_S .

Zur vereinfachten Rechnung führen wir eine Hilfsgröße D ein:

$$D = 1 - e^{-2\delta}.$$

1) C. J. de Lussanet de la Sablonière, Ztschr. f. Hochfr. **39**, S. 191. 1932.

Nach V, A ist:

$$D = \frac{E'}{E},$$

das Verhältnis von Verlust pro Schwingung zur Eigenenergie. Die Dekremente $\delta_0, \delta_1, \delta_2$ ergeben D_0, D_1, D_2 . Gesucht ist δ_Q also D_Q .

Nach den Messungen ist

$$D_0 = \frac{E'_S}{E_S}, \quad D_1 = \frac{E'_Q + E'_S}{E_Q + E_S}, \quad D_2 = \frac{E'_S + E'_R}{E_S}.$$

Unter der Annahme $E'_Q = E'_R$ ergibt die Elimination von E_S und E'_S :

$$D_1 = \frac{E'_Q \left(1 + \frac{D_0}{D_2 - D_0}\right)}{E_Q + \frac{E'_Q}{D_2 - D_0}}.$$

Haben die beiden ersten Messungen nicht die ganz gleiche Amplitude (A_1), dann berechnet sich δ_2 aus dem gemessenen Wert δ_2' zu

$$\delta_2 = \frac{\delta_2' \cdot A_2}{A_1}.$$

Da $\frac{E'_Q}{E_Q} = D_Q$, ergibt sich:

$$D_Q = \frac{D_1(D_2 - D_0)}{D_2 - D_1}.$$

Hieraus berechnet sich wieder δ_Q . Ist δ_Q klein, also $\delta_Q \approx \frac{D_Q}{2}$, dann wird die Berechnung von D_Q recht genau sein. Ist hingegen D_Q groß, dann nähern sich D_1 und D_2 , so daß die Genauigkeit sehr gering wird. Man wird dann nur eine untere Grenze für δ_Q angeben können.

Als Beispiel sei in Fig. 9 eine solche mit dem gasgefüllten Braunschen Rohr hergestellte Abklingfigur gezeigt. Die Abklingkurve läßt gut die einzelnen Umkehrpunkte erkennen. Das



Fig. 9

Anschwingen bei langsam eingeschalteter Hochfrequenz wird von der zweiten zurücklaufenden Kurve wiedergegeben. Die Figuren wurden fotografiert und mit dem Meßmikroskop ausgemessen. Die Amplitudenverhältnisse wurden gemittelt und das Dekrement durch Logarithmieren gefunden. Daraus berechnete sich der Wert für D .

Als Beispiel einer Messung sei eine Meßreihe gezeigt: Die erste Vertikalreihe gibt den Ort aufeinanderfolgender Umkehrpunkte. In Reihe 2 sind die Differenzen gebildet. Da diese einzelnen Werte nur eine halbe Periode umfassen, wird bei Bildung des Amplituden-

verhältnisses der dritten Reihe immer eine Zahl überschlagen. Aus dem Mittelwert berechnet man das Dekrement:

Ort in mm	Diff.	Quotient	
14,32	20,8	$\left. \begin{array}{l} 1,185 \\ 1,180 \\ 1,181 \\ 1,165 \\ 1,16 \\ 1,18 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{Mittel} = 1,176 \\ \delta_0 = 0,162 \\ D_0 = 0,278 \end{array} \right\}$
35,12	19,08		
16,04	17,54		
33,58	16,16		
17,42	14,85		
32,27	13,87		
18,4	12,8		
31,2	11,76		
19,44			

D_0 ergab sich zu 0,28. Die Werte für D_1 und D_2 sind aus folgender Tabelle zu entnehmen:

In CCl_4			In Toluol		
	aufliegend	frei		aufliegend	frei
D_1	0,40	0,47	D_1	0,32	0,50
D_2	0,43	0,47	D_2	0,42	0,49

Es fällt an diesen Messungen sofort die angenäherte Gleichheit von D_1 und D_2 auf. Würde man D_0 berechnen, dann erhielte man allzu hohe Werte, da, wie oben bereits erwähnt, D_1 und D_2 nicht hinreichend genau bestimmt werden können. Ist das Verhältnis der Amplitude der Flüssigkeit zu der des Quarzes gleich eins, dann muß D_0 gleich K oder $2K$ sein (S. 651). Nimmt man einen Fehler von $\pm 15\%$ bei der Bestimmung von D_1 und D_2 an, dann liegt der Wert K oder $2K$ innerhalb der Fehlergrenze für D_0 .

Da D_0 in jedem Falle größer herauskommt als die vorausberechneten Werte K und $2K$ (S. 651), kann es nun keinem Zweifel unterliegen, daß die Flüssigkeit die Bewegung des Quarzes mitmacht, daß also $\frac{a}{A} = 1$ ist. Wäre dem nicht so, dann müßte D_1 nur einen kleinen Bruchteil von D_2 ausmachen, was trotz des angenommenen großen Fehlers bei der Bestimmung von D nicht innerhalb der Fehlergrenzen liegt. Nimmt man beispielsweise an, daß $\frac{a}{A} = \frac{1}{2}$ sei, dann müßte der Fehler der Messung von D_1 und D_2 mindestens 80% betragen, was ausgeschlossen ist. Außerdem waren die Dämpfungskurven einwandfreie e -Funktionen, was besonders nachgeprüft wurde, da ein Abreißeffekt einen eventuellen Knick hervorrufen konnte.

Die Dekremente des Quarzes sind somit nach Berechnung:

In CCl ₄			In Toluol		
	auflegend	frei		auflegend	frei
$\delta_Q =$	0,253	0,79	$\delta_Q =$	0,186	0,484

Das fast aperiodische Dekrement bei freiem Quarz kommt in den Messungen durch $D_1 \approx D_2$ zum Ausdruck. Die geringeren Dekremente bei Auflage haben die entsprechende Verschiedenheit von D_1 und D_2 zur Folge.

Es ist wahrscheinlich, daß bei einem geeigneteren Braunschen Rohr die Messungen quantitativ besser ausfallen würden. Für die hier gemachte Aussage genügen obige Messungen vollständig.

VI. Diskussion

Als Ergebnis der Messungen von Abschnitt II—V kann zusammengefaßt werden: Die Flüssigkeit löst sich nicht vom Quarz ab, und der Effekt der anharmonischen Schwingung rührt von der festen Unterlage her. Dieser Effekt verschwindet bei frei aufgehängtem Quarz.

Es erhebt sich noch die Frage: Steht dieses Ergebnis im Widerspruch zu den Messungen meiner früheren Arbeit¹⁾? Ist also der Einfluß der Schallhärte und der Adhäsion bei aufliegendem Quarz von diesem Ergebnis aus zu verstehen?

Da die Schallhärte als das Verhältnis von Druckamplitude zu Bewegungsamplitude definiert ist, wächst die Druckwirkung auf die Oberfläche des Quarzes mit der Schallhärte. Der ganze Quarz bekommt in der Zeit, wo er sich von der Unterlage losgelöst hat, eine um so größere Beschleunigung in Richtung der Unterlage. Mit der Schallhärte wächst also auch die Geschwindigkeit, mit der die Quarzoberfläche auf die Unterlage aufschlägt, also auch die Anharmonizität. Wegen des negativen Ausfalls der Druckversuche muß nun angenommen werden, daß der Zwischenraum Quarz-Unterlage nicht frei von Materie ist, sondern einen Rest von Flüssigkeit oder vielleicht Dampf enthält.

Der Effekt, der durch die Änderung des Haftvermögens hervorgerufen wird, wird wohl folgenden Ursprung haben: Die dünne Flüssigkeitsschicht am Quarz gibt, da sie beim Übergang zur Hauptflüssigkeit eine Reflexionsfläche besitzt, einen Teil der erhaltenen Energie dem Quarz zurück. Es entsteht eine Art Resonanz, die den Quarz entdämpft. Strenge Aussagen wird man wohl erst dann

1) a. a. O.

machen können, wenn man weiß, wie dick die erste Flüssigkeitsschicht ist. Eine Dicke von $50\ \mu$ würde Resonanz in der Schicht bedeuten.

Zu dem Problem des Schwingungsmechanismus einer Quarzplatte in Flüssigkeiten kann man abschließend sagen, daß bei den gemessenen Druckamplituden (bis 0,3 Atm.) die Flüssigkeit die Bewegung der Quarzoberfläche mitmacht. Liegt der Quarz auf einer ebenen festen Unterlage, dann treten anharmonische Schwingungen auf, deren Charakter von der Schallhärte der Flüssigkeit abhängt.

VII. Zusammenfassung

1. Im Anschluß an eine frühere Arbeit¹⁾ wird untersucht, ob die damals noch angenommene Ablösung der Flüssigkeit von der Oberfläche eines schwingenden Quarzes tatsächlich stattfindet. Diese Annahme wurde damals eingeführt, um die auftretende anharmonische Schwingung zu erklären.

2. Mit vier verschiedenen Methoden wird hier eindeutig festgestellt, daß bei Druckamplituden bis 0,3 Atm. keine Ablösung stattfindet.

3. Die anharmonische Schwingung tritt bei frei aufgehängtem Quarz nicht auf, wird aber von einer ebenen Unterlage erzeugt, wobei der Quarz gegen die Unterlage klappert.

4. Dieses Ergebnis steht nicht im Widerspruch zu den Messungen der früheren Arbeit, die den Einfluß der Schallhärte usw. wiedergeben.

Diese Arbeit wurde dadurch ermöglicht, daß Herr Prof. Dr. H. Kulenkampff mir freundlicherweise die Institutsmittel zur Verfügung stellte, wofür ich ihm sehr verbunden bin.

Mein besonderer Dank gilt meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Geheimrat Prof. Dr. M. Wien, für die große Anteilnahme, die er dieser Arbeit entgegenbrachte.

1) H. E. R. Becker, a. a. O.

Jena, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 29. April 1936)

Dynamische Oberflächenspannung aus Flüssigkeitsglocken

Von Eberhard Buchwald und Hans König

(Mit 2 Figuren)

1. Einleitung

Wir haben in einer Arbeit ¹⁾ an „Wasserglocken“, wie sie beim Auftreffen eines vertikalen Strahles auf eine horizontale Kreisplatte entstehen, die dynamische Oberflächenspannung α_{dyn} des Wassers bestimmt und dabei eine Formel zugrunde gelegt, die sich aus einer älteren sehr einfachen Theorie von Boussinesq herleiten ließ:

$$(1) \quad \alpha_{\text{dyn}} = \frac{Q}{4\pi} \cdot \frac{-\Delta(v \sin \psi)}{\Delta s - \Delta(r \sin \psi)}.$$

Hier ist Q die je Sekunde insgesamt abströmende Flüssigkeitsmenge und v die Teilchengeschwindigkeit; ψ , s und r sind gemäß Fig. 1 Neigungswinkel der Meridiankurve gegen die Vertikale, Bogenlänge der Meridiankurve vom Plattenrand an gemessen und Glockenradius. Die Δ sind Zuwächse auf einem Kurvenstück.

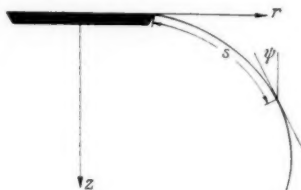


Fig. 1

Q wurde durch Wägung und ψ , s und r aus Momentaufnahmen der Meridiankurve mit hinreichender Genauigkeit bestimmt, ψ mit einem Prismenderivator, ψ mit einem Kurvimeter. Am wenigsten konnte die Messung der Geschwindigkeit befriedigen: v wurde aus der Glockendicke h mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung

$$(2) \quad v = \frac{Q}{2\pi r h \varrho}$$

(ϱ Dichte) berechnet, h nach der für unsere Zwecke wenig genauen Chaulnesschen Mikroskopmethode gemessen.

Das Schlussergebnis war eine gegenüber dem statischen Wert von rund 74 dyn/cm (bei 12°C) um etwa 10% erhöhte Oberflächenspannung, und das wurde nach Lenardschen Vorstellungen dadurch

1) E. Buchwald u. H. König, Ann. d. Phys. [5] **23**, S. 557, 1935.

erklärt, daß sich in der strömenden Oberfläche nicht die Molekelanordnung ausbilden kann, die wir bei ruhenden Oberflächen anzunehmen haben.

2. Verbesserte Apparatur

Um die Untersuchung auf andere Flüssigkeiten ausdehnen zu können, die nicht in beliebiger Menge zur Verfügung stehen, wurden gegenüber I kleinere Ausflußöffnungen gewählt und aus Sauberkeitsgründen die ganze Zuflußapparatur aus Glas gefertigt. Eine erhöht aufgestellte 10-Liter-Flasche dient als Vorratsgefäß, in eine zweite Flasche wird heruntergehebert und in ihr (mittels Hahn in der Zuleitung) gleichbleibendes Niveau innegehalten. Mariottesche Flaschen bewähren sich nicht wegen der Erschütterungen beim Aufsteigen der Luftblasen. Das Ausflußrohr endet in einer Präzisionskapillare von Schott und Gen. von wenigen Millimetern Länge und von 2 oder 3 mm Durchmesser. Nahe darunter¹⁾ stehen die gegen I auf 3 bis $7\frac{1}{2}$ mm Radius verkleinerten Auftreffplatten aus Messing.

So bilden sich weit kleinere Glocken, von 2,6 bis 4 cm Durchmesser statt der früheren 15 bis 20 (vgl. Fig. 2). An diese kleinen Glocken kann man mit der Mikroskopmethode von I nicht herankommen. Man könnte an eine Bestimmung von v aus Strahldurchmesser d unter Benutzung der Kontinuitätsgleichung $Q = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi v \rho$ denken, die Messung an einer weder durch Strahlkontraktion noch durch Stau an der Platte beeinflussten Stelle durchführen und dann mit Berücksichtigung der Fallbeschleunigung und der Oberflächenspannung²⁾ auf das v_0 am Plattenrand umrechnen. Denn in der technischen Literatur wird mitgeteilt³⁾, daß die Umlenkung eines freien Flüssigkeitsstrahls an einer ebenen Platte ohne merkliche Energieverluste vor sich gehe. Dabei ist aber von der Grenzschicht abgesehen, und diese ist bei unsern Verhältnissen ein so großer Bruchteil der Flüssigkeitsschicht auf der Platte, daß erhebliche Reibungsverluste auftreten⁴⁾. Dieser Weg ist also nicht gangbar, wohl aber der folgende.

1) Nicht näher als etwa 1,5 mm; sonst wird die Ausflußmenge Q gedrosselt, also geringer als die am freien Strahl bestimmte, die der Berechnung zugrunde gelegt wird.

2) R. Scheuermann, Ann. d. Phys. 60. S. 233. 1919.

3) F. Reich, Diss. Hannover 1926, Heft 290 der Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, herausgeg. v. VDI-Verlag. Berlin 1926. Vgl. S. 30 oder 57.

4) Eine Theorie dieser Erscheinung liegt nicht vor. Sehr genaue experimentelle Angaben darüber aber lassen sich machen, wenn man die Glockendicke nach Nr. 3 mißt.

3. Interferenzoptische Dickenbestimmung

Die kleinen Glocken nämlich stehen im Gegensatz zu den großen in I so still, daß man ihre Dicke interferometrisch bestimmen kann. Das Licht einer Bogenlampe mit Kondensor fällt unter dem Winkel φ auf die Glocke. Mit einer Linse wird diejenige Ebene auf dem Spalt eines Spektralapparats abgebildet, die im kontinuierlichen Spektrum die deutlichsten Streifen parallel den Fraunhoferlinien auftreten läßt. Dieses kannelierte Spektrum wird mit überlagertem Linienspektrum einer Hg-Lampe photographiert.

Liegen zwischen der grünen Hg-Linie $\lambda_g = 5460,7$ und der blauen $\lambda_b = 4358,3$ N Streifen und sind n_g und n_b die Brechungsquotienten der Flüssigkeit für λ_g und λ_b , so ist die Schichtdicke

$$(3) \quad h = N \frac{\lambda_g \lambda_b}{2 [\lambda_g \sqrt{n_b^2 - \sin^2 \varphi} - \lambda_b \sqrt{n_g^2 - \sin^2 \varphi}]}.$$

Diese Formel folgt aus der einfachsten Theorie der Kurven gleicher Dicke. Es fragt sich, ob sie einer Korrektur bedarf, weil die Schicht keilförmig und von gekrümmten Flächen begrenzt ist. Die Theorie für keilförmige Plättchen ist von Feussner gegeben. Daraus folgt¹⁾, daß bei unsern Keilwinkeln und sonstigen Versuchsverhältnissen zu dem in Wellenlängen gemessenen Gangunterschiede nur einflußlose Korrektionsglieder der Größenordnung 10^{-7} hinzukommen. Eine Theorie der Interferenzerscheinungen an dünnen *gekrümmten* Plättchen existiert unseres Wissens nicht. Daß auch die diesbezügliche Korrektur praktisch ohne Bedeutung ist, haben wir experimentell an geeignet gekrümmten Glimmerplättchen verschiedener Einstellung geprüft.

Es empfiehlt sich, den Reflexpunkt wegen der unvermeidlichen geringen Unsymmetrien der Glocke auf *den* Meridian zu legen, der zur Bestimmung der Glockenform (ψ , s , r ; vgl. Nr. 1) photographiert wird.

4. Wasserglocken

Die umfangreichsten Meßreihen wurden an Leitungswasser gewonnen. Fig. 2 zeigt einige der zahlreichen untersuchten Glockenformen, in der oberen Reihe ineinandergezeichnet eine ausladende Form an scharfrandiger und eine rascher abfallende an stumpfer Platte bei gleicher Düse, Ausflußmenge und Plattengröße; unten zwei kleinere Glocken, beide bei gleicher Ausflußmenge, an verschieden großen scharfen Platten. Wir haben variiert

1) E. Gehrecke, Handb. d. Phys. Optik. Bd. I. S. 400. Formel 11a.

den Düsendurchmesser um den Faktor . . . 4,6 von 2—9,2 mm,
den Plattendurchmesser um den Faktor . . 8,3 von 6,5—54 mm,
die Ausflußmenge um den Faktor 11,5 von 7,8—90 g/sec,
den Glockendurchmesser um den Faktor . . 6,2 von 2,6—16 cm,
die Anfangsgeschwindigkeit um den Faktor 2,7 von 130—350 cm/sec,
die Glockendicke an der dünnsten Stelle

um den Faktor 7,7 von 13—100 μ .

Solange Glocken untersucht werden, deren Dicke auch an der dünnsten Stelle etwa 30 μ nicht unterschreitet¹⁾, beeinflusst keine


Änderung der Versuchsbedingungen systematisch den Wert der Oberflächenspannung: wir schließen daraus auf die Anwendbarkeit der Boussinesq'schen Theorie oberhalb der genannten Grenze.

In Tab. 1 ist ein Beispiel gegeben. Präzisionskapillare 2 mm Durchmesser. Scharfrandige Messingplatte 6,5 mm Durchmesser. Ausflußmenge $Q = 7,856$ g/sec. Temperatur 12° C. Einfallswinkel $\varphi = 35^\circ 30'$. Streifenzahl N zwischen 5460,7 und 4358,3: 42,8.

Dicke der Glocke am Punkte $r = 1,34$ cm, $z = 0,97$ cm nach Formel (3) mit $n_g = 1,3344$ und $n_b = 1,3415^2$): $h = 37,3$ μ . Somit ist nach (2) an diesem Punkte $v = 250,4$ cm/sec; die andern benötigten v sind gemäß I nach der Formel des freien Falls berechnet.

Diese Werte und die Ausmessung der Meridiankurve liefern Tab. 1.

Tabelle 1

z	r	ψ	v	$r \sin \psi$	$v \sin \psi$		Δs	α
0,2	0,78	59° 25'	247,3	0,67 ₄	212,9		0,819	79,1
0,4	1,05	46° 18'	248,1	0,76 ₁	179,4			
0,6	1,22	33° 3'	248,9	0,66 ₄	135,6			
0,8	1,31	16° 50'	249,7	0,38 ₉	72,2			
1,0	1,34	- 2° 32'	250,5	- 0,05 ₉	- 11,0			
1,2	1,30	- 19° 37'	251,2	- 0,43 ₆	- 84,4			

Mittel in dyn/cm: 79,2

1) Über diese dünnsten Glocken vgl. Nr. 5.

2) Landolt-Börnstein, aus dem auch in allen folgenden Fällen, wenn nicht anders bemerkt, die Zahlenwerte entnommen sind.

Gesamtergebnis an Wasser bei 12° C:

$$\alpha_{\text{dyn}} = 79,4 \pm 0,8 \text{ dyn/cm.}$$

Dieser Wert ist etwas kleiner als der in I angegebene, aber gegen den zur Zeit besten statischen Wert¹⁾, $\alpha_0 = 75,59_7 \text{ dyn/cm}$, $\alpha_{18} = 72,86_3 \text{ dyn/cm}$ (bei 12° also etwa 73,8 dyn/cm) immer noch um 7,6% erhöht.

5. Gültigkeitsgrenzen der Boussinesqschen Theorie

Unterhalb einer Glockendicke von 30 μ an der dünnsten Stelle nimmt der errechnete Wert von α_{dyn} kontinuierlich mit der Glockendicke ab: die dünnste von uns untersuchte Glocke, Dicke 13 μ , liefert ein α_{dyn} von 65 dyn/cm. In diesem Bereiche treffen also die einfachen Grundannahmen der Boussinesqschen Theorie nicht mehr zu; die Bewegungsgleichungen sind durch Zusatzglieder zu erweitern.

Es dürfte schwierig sein, über sie quantitative Angaben zu machen, da der Abströmungsvorgang von der Platte genau genommen eine sehr verwickelte Erscheinung ist. Die Flüssigkeit saugt sich unter den Plattenrand. Unmittelbar am Rande bildet sich ein Flüssigkeitszwickel, aus dem in rascher Folge Wirbel abströmen, im Abstände größenordnungsmäßig vom Krümmungsradius des Randes — also von einigen Zehntelmillimetern bei den stumpfen, wenigen μ ²⁾ bei den schärfsten Platten. Dadurch wird die innere Glockenfläche gewellt, und wie man überlegen kann bei starker Krümmung wesentlich in ihrer Oberflächenspannung vermindert. Doch dürfte diese Erscheinung nicht von maßgebendem Einflusse sein; denn warum macht sie sich bei den dicken Glocken *gar nicht* bemerkbar? Und warum bekommt man am Bauch der Glocke, wo man ein ebenso stark vermindertes α errechnet wie nahe der Platte, so scharfe Interferenzstreifen?

Eher wird man an Zusatzkräfte denken, die an den durchwirbelten Volumelementen der Glocke angreifen, ebenso wie man seit Reynolds bei der Untersuchung von Mittelwerten der turbulenten Strömung den „Nebenbewegungen“ durch Zusatzkräfte in den Grundgleichungen Rechnung trägt. Bei dünnen Glocken könnten diese Kräfte von Einfluß sein, während bei den dicken der Hauptteil der Flüssigkeit über der Wirbelschicht laminar abströmt. Solange die Frage solcher Zusatzkräfte nicht geklärt ist, läßt sich

1) G. Schwenker, Ann. d. Phys. [5] **11**. S. 525. 1931.

2) F. Jentzsch, Ann. d. Phys. **84**. S. 307. 1927.

das Vorhandensein eines systematischen Fehlers in den α -Bestimmungen auch an den dicken Glocken nicht völlig von der Hand weisen. Dagegen spricht freilich der hier bei allen Änderungen der Versuchsbedingungen gleichbleibende α -Wert (vgl. Nr. 4).

Leider kann man von den Erfahrungen an Wasser nicht auf die Gültigkeitsgrenzen der Theorie bei andern Flüssigkeiten rückschließen. Denn mechanische Ähnlichkeit zwischen zwei Strömungsvorgängen kann nicht erreicht werden, sobald außer den Trägheitskräften noch Reibung, Schwerkraft und Oberflächenspannung ins Spiel kommen: selbst bei verschiedenen Flüssigkeiten kann man im allgemeinen die Forderungen des Reynoldsschen, Froudeschen und Weberschen Gesetzes nicht in Einklang bringen¹⁾. Es bleibt nichts übrig, als sich auch hier durch genügende Veränderung der Versuchsbedingungen, die sparsamer sein kann als beim Wasser, zu überzeugen, daß α von der Glockendicke nicht abhängt.

6. Ordnungszustand der Oberfläche

Wir sehen also den erhöhten α -Wert bei Wasser (Nr. 4) als reell an und deuten ihn wie in I durch die Vorstellung, daß in den Oberflächen, die das normale statische α liefern, ein gewisser Ordnungszustand der Molekeln herrscht, daß aber dieser Zustand bei unsern gestörten, sich dauernd neu bildenden Oberflächen noch nicht erreicht ist.

Daß das Innere der Flüssigkeiten molekular geordnet ist und, wie Langmuir schon 1917 betont hat, den Kristallen näher steht als den Gasen, ist heute bei aller Verschiedenheit der Einzelstandpunkte wohl allgemein anerkannt. Hierfür sprechen besonders Röntgenuntersuchungen — vgl. u. a. die zahlreichen Arbeiten von Stewart und von Debye und seinen Schülern — aber auch die Theorie der inneren Reibung, der Vergleich der spezifischen Wärmen und sonstiger Eigenschaften des flüssigen und festen Zustands, der Ramaneffekt und vieles andere²⁾. Gerade für Wasser liegen sehr ins einzelne gehende Überlegungen von Fowler und Bernal³⁾ vor: die am O-Atom gewinkelten Wassermolekeln sollen sich darnach in einem quarzähnlichen Feinbau anordnen.

Was die Grenzflächen betrifft, so gibt es bekanntlich eine ausgedehnte Literatur über die Molekelanordnung in dünnsten Schichten

1) Vgl. z. B. W. Kaufmann, Angewandte Hydromechanik II, Berlin 1934, S. 152.

2) Literatur in dem soeben erschienenen Beitrag von Karl Herrmann, Aufbau der Flüssigkeiten I, in der „Physik in regelmäßigen Berichten“ 4. S. 63, 1936.

3) R. H. Fowler u. J. D. Bernal, Trans. Farad. Soc. 29. S. 1049. 1933.

und über die Oberflächen von Lösungen¹⁾. Vieles davon läßt sich auf die weniger untersuchten Grenzflächen ausgedehnter reiner Flüssigkeiten gegen Luft sinngemäß übertragen. Deren unmittelbarste Untersuchung ist die Röntgen- oder Elektronendurchstrahlung. Mit Röntgenstrahlen hat Trillat²⁾ bei einigen höheren Fettsäuren, Alkoholen und Triglyceriden einen Beugungsring gefunden, der den Ordnungszustand in der Oberfläche beweist: die senkrecht dazu einander parallel stehenden Einzelmolekeln. Noch günstiger ist wegen der kleinen Eindringtiefe die Untersuchung mit Elektronen. Bühl und Rupp³⁾ finden an technischen Ölen usw. reproduzierbare Beugungsmaxima, die über die Braggsche Formel zu einem wohldefinierten Ebenenabstand führen. Von Interesse für das Folgende (Nr. 11) sind die Ergebnisse an Quecksilber mit seinen kugelsymmetrischen Atomen. Hier erhält Wierl⁴⁾ sehr scharfe Beugungsringe und schließt auf eine kubisch-flächenzentrierte Partikelanordnung in der Oberfläche. Russische Forscher⁵⁾ bestätigen im Gegensatz zu Trillat⁶⁾ das Ergebnis. Auch an einem Tropfen konzentrierter Schwefelsäure finden sie kristallinische Interferenzbilder und erwarten demnach, „daß dieser Effekt für den flüssigen Zustand allgemein ist“.

Indirekter als diese Verfahren, aber aufs engste zusammenhängend mit unsern Versuchen sind die Arbeiten Lenards und seiner Schule⁷⁾. Nach einer vom Statischen ins Dynamische abgewandelten Steighöhenmethode wird bei verschiedenen Flüssigkeiten (bei andern nicht!) das sehr rasche Absinken des α_{dyn} zum statischen Werte mit alternder Oberfläche festgestellt und durch Ausbildung einer elektrischen Doppelschicht, m. a. W. eines Ordnungszustandes in der Oberfläche, erklärt. Die Methode ist kritisiert worden⁸⁾, und auch uns erschien eine Nachprüfung ihrer Ergebnisse wünschenswert. Wir glauben diese aber durch Eingreifen der Glocken in die sonst spärlichen Untersuchungs-

1) Vgl. z. B. die Sammelberichte von M. Volmer, Molekulartheorie der Grenzflächen I, Die Physik 1. S. 141. 1933 und H. Freundlich, Die Orientierung von Molekülen an Grenzflächen, Erg. ex. Naturw. 12. S. 82. 1933.

2) J. J. Trillat, Ztschr. f. Phys. 64. S. 191. 1930.

3) A. Bühl u. E. Rupp, Ztschr. f. Phys. 67. S. 572. 1931.

4) R. Wierl, Verh. d. D. Phys. Ges. (3) 11. S. 29. 1930.

5) W. P. Berdennikoff, S. E. Bresler, J. L. Zelmanoff u. E. A. Strauff, Phys. Ztschr. d. Sowj. 4. S. 873. 1933.

6) J. J. Trillat, Trans. Farad. Soc. 29. S. 995. 1933; vgl. S. 1001.

7) Literaturangaben in I.

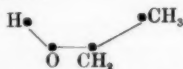
8) N. K. Adam, The Physics and Chemistry of Surfaces, Oxford 1930, S. 152.

möglichkeiten der dynamischen Oberflächenspannung in den entscheidenden Punkten bestätigen zu können, nicht nur an Wasser (Nr. 4), sondern auch an Äthylalkohol und Benzol (vgl. Nr. 7 und 10).

Bei der Auswahl der Stoffe haben uns neben dem Wunsche, einen Vergleich mit den Lenardschülern zu gewinnen, Überlegungen von Harkins¹⁾ geleitet. Harkins stellt sich vor, daß z. B. in der Oberfläche des Äthylalkohols die heteropolaren, „elektrisch schweren“ Molekelenden OH in der Flüssigkeit stecken, die homöopolaren, „elektrisch leichten“ CH₃ nach außen ragen, so daß die Energie e , die aufzuwenden ist, um eine Molekel aus der Flüssigkeit in die Oberfläche zu bringen, viel kleiner ist als die Energie j , um sie aus der Oberfläche zu verdampfen; denn hierzu muß noch das schwere Ende aus dem Anziehungsbereich herausgehoben werden. Kleines e/j sei also ein Kennzeichen für Asymmetrie der Molekel und — schließt Harkins²⁾ — für Ordnung in der Oberfläche. Äthylalkohol hat ein kleines e/j , Wasser und Essigsäure bereits größere, noch größere Äthylacetat, Benzol und Tetrachlorkohlenstoff. Das sind die von uns untersuchten Stoffe.

7. Äthylalkoholglocken

Als erste Flüssigkeit nach Wasser haben wir Äthylalkohol C₂H₅OH gewählt, dessen Molekel man sich nach Stuart³⁾ am O-Atom gewinkelt, mit der CH₃-Gruppe praktisch frei drehbar vorstellt, also von folgender Struktur:



Die Äthylalkoholglocken sind infolge der wesentlich kleineren Oberflächenspannung viel größer als die Wasserglocken. Auch bei ihnen haben wir die Versuchsbedingungen stark variiert. So wurden zu einer Präzisionskapillare von 2 mm Durchmesser scharfe und stumpfe Messingplatten von 6,5 und 13,5 mm Durchmesser benutzt. Glocken von 20 bis 46 μ Dicke (an der dünnsten Stelle), Glocken verschiedenster Ausflußmenge und Geschwindigkeit wurden untersucht.

Tab. 2 gibt ein Beispiel. Präzisionskapillare 2 mm Durchmesser. Scharfrandige Messingplatte 6,5 mm Durchmesser. Ausflußmenge $Q = 5,335$ g/sec. Temperatur 17,5° C. Dichte 0,806. Einfallswinkel $\varphi = 32^\circ 20'$. Streifenanzahl zwischen 5460,7 und 4358,3 ÅE: $N = 24,8$. Dicke der Glocke am Punkte $r = 2,46$ cm, $z = 1,90$ cm

1) W. D. Harkins, Ztschr. phys. Chem. **139**. S. 647. 1928; vgl. bes. S. 662 ff.

2) Nach S. 665, Anm. 4 und 5 offenbar nicht zu Recht!

3) H. A. Stuart, Molekülstruktur, Berlin 1934, S. 234.

nach Formel (3) mit $n_g = 1,3635$, $n_b = 1,3695$: $h = 20,5 \mu$. Somit ist nach (2) an diesem Punkte $v = 209,0$ cm/sec. Die andern v sind wieder wie auch im folgenden nach dem Gesetz des freien Falles berechnet. Die weiterhin benötigten Daten liefert die Meridiankurve:

Tabelle 2

z	r	ψ	v	$r \sin \psi$	$v \sin \psi$	Δs	a
0,5	1,54	$56^\circ 33'$	202,3	1,28 ₄	168,7	$\left\{ \begin{array}{l} 0,758 \\ 0,579 \\ 0,503 \\ 0,515 \end{array} \right.$	23,6
1	2,11	$39^\circ 14'$	204,7	1,33 ₄	129,4		24,1
1,5	2,39	$16^\circ 48'$	207,1	0,69 ₁	59,9		22,6
2	2,44	$-2^\circ 37'$	209,5	-0,11 ₁	-9,6		23,4
2,5	2,33	$-22^\circ 35'$	211,8	-0,89 ₆	-81,3		

Mittel in dyn/cm: 23,4

Gesamtergebnis an Äthylalkohol von 18°C :

$$\alpha_{\text{dyn}} = 23,2 \pm 0,5 \text{ dyn/cm.}$$

Der statische Wert der Oberflächenspannung von 96%igem Alkohol wird verschieden angegeben:

Ramsay und Shields¹⁾ bei 20°C : $\alpha_{\text{stat.}} = 22,03 \text{ dyn/cm}$,

Weinstein²⁾ bei 15°C : $\alpha_{\text{stat.}} = 23,2 \text{ dyn/cm}$,

Eötvös³⁾ bei 15°C : $\alpha_{\text{stat.}} = 23,1 \text{ dyn/cm}$,

Kohlrausch⁴⁾ bei 18°C : $\alpha_{\text{stat.}} = 22,0 \text{ dyn/cm}$.

Auch bei Umrechnung auf 18°C mit dem von Weinstein angegebenen Temperaturkoeffizienten $\frac{d\alpha}{dt} = -0,08$ sind diese Werte miteinander nicht ganz in Einklang zu bringen. Aus eigenen Messungen mit der Tropfenmethode erhalten wir bei 18°C ein $\alpha_{\text{stat.}} = 22,1 \text{ dyn/cm}$. Gegen diesen Wert ist unser α_{dyn} um 5,0% erhöht.

Hiss⁵⁾ hat Äthylalkohol nach der dynamischen Steighöhenmethode untersucht und erhält $\frac{1}{100}$ Sek. nach Bildung der Oberfläche — das ist etwa auch das Alter unserer Alkoholglocken — einen um 5,4% über dem statischen α liegenden Wert. Die Übereinstimmung ist über Erwarten gut. Besonderes Gewicht ist angesichts der Ungenauigkeit unserer Methode und der im allgemeinen stark schwankenden Werte auch des $\alpha_{\text{stat.}}$ auf Zahlenangaben des prozentualen Unterschieds hier wie später *nicht* zu legen.

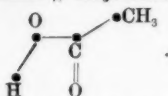
1) W. Ramsay u. J. Shields, Ztschr. f. phys. Chem. **12**. S. 433. 1893.

2) B. Weinstein, Metron. Beitr. Nr. 6. 1889.

3) R. Eötvös, Mathem. és Természettudományi Ertesítő **3**. S. 54.

4) F. Kohlrausch, Lehrb. d. prakt. Physik 1935.

5) R. Hiss, Diss. Heidelberg 1913. S. 37.

8. Glocken aus Essigsäure¹⁾, CH_3COOH , Struktur der Molekel:

Die Glocken sind besonders ruhig, was bei aller Peinlichkeit des Arbeitens mit dieser Säure die optische Untersuchung erleichtert.

Beispiel: Präzisionskapillare 2 mm Durchmesser. Stumpfe Messingplatte 6,5 mm Durchmesser. $Q = 7,575$ g/sec. Temperatur $18,9^\circ \text{C}$. Dichte 1,0509. Einfallswinkel $33^\circ 16'$. Streifenzahl zwischen 5460,7 und 4358,3 ÅE: $N = 18,0$. Dicke der Glocke am Punkte $r = 3,32$ cm, $z = 2,30$ cm: $h = 15,0 \mu$ nach (3) mit $n_g = 1,3735$ und $n_b = 1,3800$. An dieser Stelle also nach (2) $v = 230,3$ cm/sec. Daten der Meridiankurve:

Tabelle 3

z	r	ψ	v	$r \sin \psi$	$v \sin \psi$	Δs	α
0,5	1,73	$63^\circ 59'$	222,5	1,55 ₅	200,0	0,946	29,3
1	2,51	$49^\circ 45'$	224,7	1,91 ₅	171,5	0,672	29,3
1,5	2,97	$33^\circ 37'$	226,9	1,64 ₃	125,7	0,55 ₈	28,3
2	3,20	$16^\circ 20'$	229,0	0,89 ₉	64,4	0,510	28,3
2,5	3,28	$-1^\circ 12'$	231,1	-0,06 ₉	-4,9	0,510	28,5
3	3,18	$-18^\circ 5'$	233,3	-0,98 ₄	-72,3		

Mittel in dyn/cm: 28,7

Gesamtergebnis aus allen untersuchten Essigsäureglocken bei 18°C :

$$\alpha_{\text{dyn}} = 28,3 \pm 0,2 \text{ dyn/cm.}$$

Die Angaben über $\alpha_{\text{stat.}}$ weichen stark voneinander ab:

Ramsay und Shields (Steighöhenmethode, 20°C , gegen eigenen Dampf) $\alpha_{\text{stat.}} = 23,46$ dyn/cm,

Timmermans und Hennaut-Roland²⁾ (Steighöhenmethode, 20°C , gegen Luft, was aber gegenüber dem eigenen Dampf keinen so starken Unterschied zu bedingen pflegt, vgl. z. B. Nr. 9) $\alpha_{\text{stat.}} = 27,79$ dyn/sec.

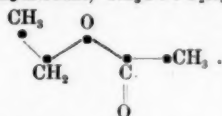
Nach Kohlrauschs Lehrbuch d. praktischen Physik 1935 $\alpha_{\text{stat.}} = 26$ dyn/cm.

1) 10 Liter Essigsäure wurden uns von Prof. Butenandt, Organ.-Chem. Institut der Technischen Hochschule Danzig, nach sehr sorgfältiger Reinigung zur Verfügung gestellt, ebenso reinstes Äthylacetat in größerer Menge und 96% Alkohol. Wir danken ihm vielmals.

2) M. J. Timmermans u. M^{me} Hennaut-Roland, Journ. chim. phys. 27. S. 401. 1930. Hier auch noch zahlreiche in den Landolt-Börnstein nicht übernommene erheblich streuende Angaben.

Wir haben nach der Tropfenmethode bei $18,2^\circ \text{C}$ 26,1 dyn/cm gemessen, einen Wert, der sich in die andern stark schwankenden Angaben gut einfügt. Gegen ihn ist die Abweichung unserer dynamischen Oberflächenspannung $8,4\%$.

9. Glocken aus Äthylacetat, $\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5$, Form der Molekel:



Glockendicken zwischen 27 und 42μ ergeben den gleichen α -Wert. Bei 20μ ist er aus Gründen, die in Nr. 5 am Falle des Wassers auseinandergesetzt sind, bereits erniedrigt.

Beispiel: Präzisionskapillare 2 mm Durchmesser. Scharfe Messingplatte 13,5 mm Durchmesser. $Q = 5,127 \text{ g/sec}$. Temperatur 18°C . Dichte 0,904. Einfallswinkel $59^\circ 21'$. Streifenzahl zwischen 5460,7 und 4916,0 Å: $N = 18,6$. Dicke der Glocke am Punkte $r = 1,54 \text{ cm}$, $z = 1,08 \text{ cm}$ mit $n_g = 1,3743$ und $n_{bg} = 1,3768$ nach (3): $h = 41,5 \mu$. v an dieser Stelle nach (2) gleich $141,6 \text{ cm/sec}$. Daten der Meridiankurve:

Tabelle 4

z	r	ψ	v	$r \sin \psi$	$v \sin \psi$	Δs	α
0,4	1,28	$41^\circ 48'$	136,8	0,85 ₄	91,3	{ 0,471 0,406 0,446	23,7
0,8	1,52	$16^\circ 19'$	139,6	0,42 ₇	39,2		25,1
1,2	1,52	$-14^\circ 14'$	142,4	-0,37 ₄	-35,0		23,8
1,6	1,32	$-35^\circ 12'$	145,2	-0,76 ₀	-83,6		
Mittel in dyn/cm:							24,2

Gesamtergebnis aller Äthylacetatglocken bei 18°C :

$$\alpha_{\text{dyn}} = 25,4 \pm 0,7 \text{ dyn/cm.}$$

Demgegenüber ist als statischer Wert gefunden:

Ramsay und Shields (Steighöhenmethode,

20°C , gegen eigenen Dampf) $\alpha_{\text{stat.}} = 23,60 \text{ dyn/cm}$,

Timmermans und Hennaut-Roland (Steig-

höhenmethode, 18°C , gegen Luft) $\alpha_{\text{stat.}} = 23,75 \text{ dyn/cm}$,

Kohlrauschs Lehrbuch 1935 (bei 18°C) . . . $\alpha_{\text{stat.}} = 23,4 \text{ dyn/cm}$.

Bei Umrechnung auf 18° ergibt sich als Mittel 23,7 dyn/cm. Hiergegen ist unser dynamischer Wert um $7,2\%$ erhöht, um einen sehr ähnlichen Prozentsatz also wie bei Alkohol und Essigsäure. Das Ersetzen des H der Essigsäure durch die C_2H_5 -Gruppe macht also ebenso wie im Absolutwert des α so auch im prozentualen Unterschied unseres α_{dyn} gegen $\alpha_{\text{stat.}}$ nichts Wesentliches aus. Auch

bei Wasser (Nr. 4) tritt trotz des ganz andern Absolutwerts praktisch dieselbe Abweichung auf; die Verlängerung der Kette hat offenbar noch keinen Einfluß auf die Erscheinung.

10. Benzolglocken¹⁾ C_6H_6 , „Kahlbaum zur Analyse“

Hier ergibt sich ein anderes Bild. Die Benzolmolekel wird als reguläres ebenes Sechseck mit der Kantenlänge $C-C$ gleich 1,40 ÅE angesehen. Die Anordnung der Ringe im Benzolkristall ist nach Cox²⁾ rhombisch. Für die Anordnung in der Flüssigkeit wagt Katzoff³⁾ aus Röntgendurchstrahlungen keinen genaueren Vorschlag zu machen, glaubt aber an genügende Stärke der Kristallkräfte, um kleine Molekelgruppen in ähnlicher Struktur zusammenzuhalten. An verdichteten Oberflächenschichten wird als Flächenbedarf eines Ringes 24 ÅE² gefunden⁴⁾, das ist der Querschnitt senkrecht zur Ringebene: hier stehen also die Ringe senkrecht zur Oberfläche nebeneinander. Über die Oberfläche der ausgedehnten reinen Flüssigkeit weiß man anscheinend nichts.

Was ergeben die Glocken bei dieser neuen Molekelform? Beispiel: Präzisionskapillare 2 mm Durchmesser. Scharfe Messingplatte 13,5 mm Durchmesser. $Q = 5,548$ g/sec. Temperatur 17,5° C. Dichte 0,881. Einfallswinkel 50° 29'. Streifenzahl zwischen 5460,7 und 4916,0: $N = 20,1$. Dicke der Glocke am Punkte $r = 1,72$ cm, $z = 0,93$ cm: $h = 37,2$ μ (mit $n_g = 1,5051$ und $n_{lg} = 1,5130$). v an dieser Stelle 156,6 cm/sec. Daten der Meridiankurve:

Tabelle 5

z	r	ψ	v	$r \sin \psi$	$v \sin \psi$	Δs	α
0,4	1,50	45° 42'	153,2	1,07 ₄	109,7	{ 0,379	29,9
0,8	1,70	16° 7'	155,8	0,47 ₃	43,3	{ 0,408	29,1
1,2	1,68	-18° 12'	158,3	-0,52 ₄	- 49,4	{ 0,486	29,9
1,6	1,41	-45° 48'	160,7	-1,01 ₁	-115,2		

Mittel in dyn/cm: 29,6

Gesamtergebnis aller Benzolglocken bei 17° C:

während $\alpha_{\text{dyn}} = 29,2 \pm 0,3$ dyn/cm,

$\alpha_{\text{stat.}} = 29,16$ dyn/cm nach Volkmann (Steighöhenmethode, 17,5°, gegen Luft),

1) Das Benzol wurde uns in dankenswerter Weise von Schering-Kahlbaum in so reichlicher Menge kostenlos zur Verfügung gestellt, daß wir auch größere Glocken untersuchen konnten. Desgleichen haben wir Schering-Kahlbaum für etwa 50 Liter reinstes CCl_4 zu danken; vgl. Nr. 11.

2) E. G. Cox, Proc. Roy. Soc. A 135. S. 491. 1932.

3) S. Katzoff, Journ. Chem. Phys. 2. S. 841. 1934.

4) N. K. Adam, a. a. O. S. 50.

$\alpha_{\text{stat.}} = 29,27$ dyn/cm nach Sudgen bei 17°C (Maximaldruck in Blasen),

$\alpha_{\text{stat.}} = 29,14$ dyn/cm desgl. bei 18°C ,

$\alpha_{\text{stat.}} = 29,0$ dyn/cm nach Kohlrauschs Lehrbuch 1935 bei 18°C .

Im Gegensatz zu den bisherigen Flüssigkeiten mit ihren unsymmetrischen, meist kettenförmigen Molekeln ist also α_{dyn} praktisch gleich $\alpha_{\text{stat.}}$. Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit dem Befund von Hiss¹⁾, damals noch erklärt durch das Fehlen von Komplexmolekeln im Benzol. Wir werden schließen, daß die Struktur der Oberfläche durch das Strömen wenig gestört wird. Neigt man nach den obigen Angaben über Kristall, Flüssigkeitsinneres und dünnste Schicht zu der Annahme einer mehr vertikalen als horizontalen Oberflächenschichtung der Benzolringe, so dürfte sie auch während des Strömens kaum verändert erhalten bleiben.

11. Glocken aus Tetrachlorkohlenstoff, CCl_4 , „Kahlbaum zur Analyse“

Tetraedermolekel mit $\text{Cl} - \text{Cl} = 2,99 \text{ \AA}$, also starke Annäherung an Kugelsymmetrie. Denkt man sich in der Oberfläche einfach Kugel an Kugel unorientiert liegen, so dürfte die Strömung bestenfalls die Kugeln in sich rollen und α_{dyn} wäre wie beim Benzol sehr ähnlich dem $\alpha_{\text{stat.}}$ zu erwarten. Andererseits weisen die Elektronenuntersuchungen am Quecksilber (Nr. 6) auf ausgeprägte Ordnung in der Oberfläche dieser noch kugelhähnlicheren Atome und auf die Möglichkeit ihrer vielleicht besonders leichten Störung beim Strömen; dann wäre α_{dyn} größer als $\alpha_{\text{stat.}}$ zu erwarten.

Beispiel: Präzisionskapillare 2 mm Durchmesser. Stumpfe Messingplatte 6,5 mm Durchmesser. $Q = 8,590$ g/sec. Temperatur 18°C . Dichte 1,595. Einfallswinkel $35^\circ 39'$. Streifenzahl zwischen 5460,7 und 4916,0 \AA : $N = 10,0$. Dicke am Punkte $r = 2,67$ cm, $z = 2,10$ cm: $h = 17,9 \mu$ (mit $n_g = 1,4672$ und $n_{\text{bg}} = 1,4708$). v an dieser Stelle 179,2 cm/sec. Daten der Meridiankurve:

Tabelle 6

z	r	ψ	v	$r \sin \psi$	$v \sin \psi$	Δs	α
0,5	1,61	$59^\circ 32'$	170,2	1,38 ₄	146,7	{ 0,788 0,610 0,515 0,507	29,9
1	2,22	$42^\circ 39'$	173,1	1,50 ₄	117,4		28,5
1,5	2,55	$24^\circ 56'$	175,9	1,07 ₄	74,2		31,0
2	2,67	$2^\circ 1'$	178,7	0,09 ₄	6,3		30,5
2,5	2,62	$-18^\circ 32'$	181,4	-0,83 ₄	-57,7		

Mittel in dyn/cm: 30,0

Mittelwert aus sämtlichen CCl_4 -Glocken bei 18°C :

$$\alpha_{\text{dyn}} = 30,5 \pm 0,7 \text{ dyn/cm}$$

1) R. Hiss, a. a. O. S. 43.

gegenüber einem statischen Werte

$\alpha_{\text{stat.}} = 25,68 \text{ dyn/cm}$ nach Ramsay und Shields (Steighöhenmethode, 20° C , gegen eigenen Dampf),

$\alpha_{\text{stat.}} = 26,5 \text{ dyn/cm}$ nach Kohlrauschs Lehrbuch 1935 bei 18° C .

α_{dyn} ist um $16,4\%$ höher als $\alpha_{\text{stat.}}$, die größte bei allen Flüssigkeiten gefundene Abweichung! Eine Nachprüfung nach der dynamischen Steighöhenmethode wäre wünschenswert. In der Oberfläche des CCl_4 herrscht hiernach ein ausgeprägter Ordnungszustand, wie beim verwandten Hg und er wird durch die Strömung stark gestört. „Geordnete Oberfläche“ deckt sich mit Überlegungen der Debye-schen Schule¹⁾ über die Ordnung des CCl_4 schon im Flüssigkeitsinnern. Die Kristallstruktur des festen CCl_4 ist unbekannt; in Analogie zu CBr_4 und CJ_4 ist Parallelstellung der Molekeltetraeder anzunehmen.

12. Zusammenfassung

Wie in einer früheren Arbeit „Wasserglocken“ werden mit verbesserter Apparatur, insbesondere interferenzoptischer Dickenmessung, Glocken aus Äthylalkohol, Essigsäure, Äthylacetat, Benzol und Tetrachlorkohlenstoff untersucht. Eine einfache Theorie von Boussinesq, die die Entstehung der Glocken aus dem Zusammenwirken von Schwerkraft und Oberflächenspannung erklärt, gestattet aus der Durchflußmenge je Sekunde, aus der Glockenform und der Glockendicke die dynamische Oberflächenspannung α_{dyn} zu berechnen.

α_{dyn} ergibt sich, was für Boussinesqs Theorie spricht, in weiten Grenzen unabhängig von den Versuchsbedingungen. Sein Wert ist bei Benzol gleich der statischen Oberflächenspannung, bei Wasser, Äthylalkohol, Essigsäure und Äthylacetat höher — um $7,6\%$, $5,0\%$, $8,4\%$, $7,2\%$, wobei auf die Zahlenwerte schon wegen der Unsicherheit des statischen α kein sonderliches Gewicht zu legen ist —, wesentlich erhöht, um $16,4\%$, bei Tetrachlorkohlenstoff. Zur Erklärung dieses Befundes werden Vorstellungen über den Ordnungszustand in reinen Flüssigkeiten und in ihrer Oberfläche herangezogen: im statischen Fall ist der Ordnungszustand vorhanden, bei Benzol wird er durch das Strömen nicht merklich gestört, merklicher bei Wasser und bei Molekeln mäßiger Kettenlänge, über Erwarten stark bei CCl_4 mit seinen Tetraedermolekeln.

1) A. Peterlin, Phys. Ztschr. 37. S. 43. 1936.

Danzig-Langfuhr, Theoretisch-physikalisches Institut der Technischen Hochschule. April 1936.

(Eingegangen 3. Mai 1936)